المحاضرة الأولى 2013/9/29

حركة وتوازن الأجسام الصلبة

ملخص عن المنهاج:

1) الحركات البسيطة للجسو الصلب
2) الحركة الانسحابية للجسو الصلب
3) الحركة الدورانية حول محور ثابت
4) الحركة اللولبية.
5) الحركة الدورانية حول نقطة ثابتة
6) الحركة العامة للجسو الصلب.
7) الحركة المستوية للجسو الصلب.
8) تركيب الحركات لنقطة مادية.
9) تركيب الحركات لجسو صلب.

لكل حركة ← تعريف الحركة (مطلوبة نظرياً)
← درجات حرية الجسو الصلب في الحركة المعطاة ← معادلة الحركة
← دراسة الحركة (I) ← دراسة سلعية
← سلع الموضع
← سلع السرعة، سلع السرعة الزاوية (سلع الدوران)
← سلع التسارع، سلع التسارع الزاوي.
(II) ← الدراسة التحليلية:
← إسقاط الأشعة (موضع، ...) على جملة محاور ثابتة في الفراغ o,x,y,z أو o,x,y
← إسقاط الأشعة (موضع، ...) على جملة محاور متحركة (متماسكة مع الجسو) $oxyz$ أو oxy (لا يمكن الاستغناء عنها).

تعريف الجسو الصلب (المجموعة المادية المتماسكة) نرمز له عادة بـ S:
هو مجموعة من النقاط المادية التي تحافظ على الأبعاد المتبادلة فيما بينها مع تغير الزمن، لكن في الطبيعة لا يوجد جسم صلب 100%.
لكن في كثير من الأحيان يمكن اعتبار الأجسام هي أجسام صلبة وذلك بإهمال الأبعاد

الصغيرة التي تظهر على النقاط كالحديد، الخشب اللذان يعتبران جسمان صلبان

درجة حرية النقطة المادية :
تعرّف بأنها عدد الوسطاء المستقلة التي تحدد موضع النقطة أو عدد الإتجاهات التي يمكن للنقطة أن تسلكها، مثلاً في الفراغ لها ثلاثة اتجاهات أمّا في المستوي فلها اتجاهان.

درجة حرية الجسو الصّلب :
هي عدد الوسطاء المستقلة التي تعين الجسو الصّلب.

تعيين موضع الجسو الصّلب :
لتعيين موضع الجسو الصلب يجب أن نعيّن موضع كل نقطة من نقاطه ولكن إذا كان عدد نقاط الجسو الصّلب غير منتهية فإننا لا نستطيع أن نعين موضع كل نقطة منه.
فلتعيين موضع أي نقطة M من الجسو الصّلب S يكفي معرفة موضع ثلاثة نقاط من هذا الجسو لتكن هذه النقاط M_1, M_2, M_3
ويكون حسب تعريف الجسو الصّلب :

$$\overline{MM_1} = C_1 \wedge \overline{MM_2} = C_2 \wedge \overline{MM_3} = C_3$$

ملاحظة : ليس من الضروري أن يكون $C_1 = C_2 = C_3$ وبالتالي نحصل على المعادلات :

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2 = C_1^2$$
$$(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2 = C_2^2$$
$$(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2 = C_3^2$$

I) درجات حرية الجسو الصّلب الطّليق :
لتعيين درجة حرية الجسو الصلب الطليق، وجدنا أنّ الجسو الصّلب يتعين

بمعرفة موضع ثلاثة نقاط غير واقعة على استقامة واحدة، لكل نقطة ثلاثة مركبات (إحداثيات)، إذاً عدد الوسطاء يساوي إلى التسعة و لكن هذه الوسطاء مرتبطة بثلاثة علاقات [علاقات الأبعاد] و هكذا نجد:

$6 = 9 - 3$ ← عدد الوسطاء

الوسطاء المستقلة ← عدد علاقات الارتباط.

[عدد درجات حرية الجسو الصلب].

II) عدد درجات حرية الجسو الصلب المقيد بنقطة واحدة و لتكن O_1:

يلزمنا لتعيين الجسو الصلب هنا إلى نقطتين O_2 و O_3 لكل منهما ثلاثة وسطاء وبالتالي عدد الوسطاء كلها 6 و لكن هذه الوسطاء مرتبطة بثلاث علاقات ارتباط و التي هي:

$\overline{O_1O_2} = C_1$ ، $\overline{O_1O_3} = C_2$ ، $\overline{O_2O_3} = C_3$

و منه عدد الوسطاء المستقلة يساوي إلى:

$6 - 3 = 3$ وسطاء مستقلة.

أي عدد درجات الحرية في الجسو الصلب المقيد بنقطة واحدة هي (3)

III) عدد درجات حرية الجسو الصلب المقيد بنقطتين و لتكن هاتين النقطتين O_1 و O_2:

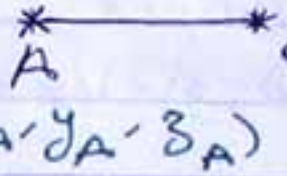
يبقى لتعيين الجسو الصلب في هذه الحالة نقطة واحدة و لتكن O_3 وبالتالي لدينا ثلاثة وسطاء [إحداثيات O_3] مرتبطة بعلاقتي ارتباط:

$\overline{O_1O_3} = C_1 \wedge \overline{O_2O_3} = C_2$

إذاً عدد الوسطاء المستقلة هي: $3 - 2 = 1$ وسيط مستقل

وبالتالي عدد درجات الحرية لا هي (1)

IV) قضيب في الفراغ له خمس درجات من الحرية:



إنّ كلّ من النقطتين A و B تتعيان بثلاث مركبات وبالتّالي عدد الوسطاء جميعها (6) ولكن يوجد علاقة ارتباط بين A و B وهي البعد بينهما ومنه نجد ما يلي :

عدد الوسطاء المستقلة ← 5 = 1 − 6
(درجات الحرية) علاقة الارتباط ↙ عدد الوسطاء

V) نقطة تتحرك على سطح :

للنقطة ثلاثة وسطاء لكن يوجد معادلة ارتباط واحدة [النقطة تحقق معادلة السطح] ← عدد الوسطاء المستقلة :

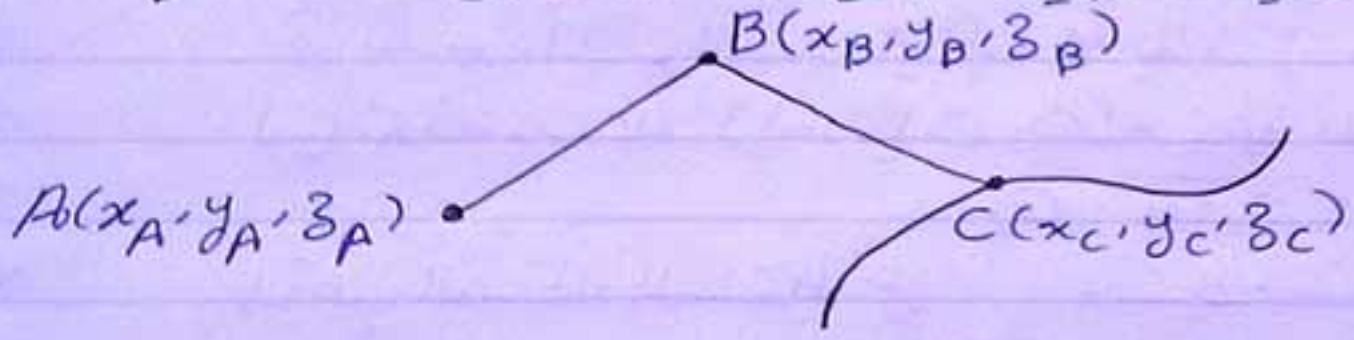
وسيط مستقل 3 − 1 = 2

VI) نقطة تتحرك على منحنى :

للنقطة ثلاثة وسطاء وبما أنّ المنحنى يتعين بتقاطع سطحين فالنقطة تحقق معادلة السطح الأول و تحقق معادلة السطح الثاني وبالتالي يوجد علاقتين ارتباط وبالتالي يكون عدد الوسطاء المستقلة :

وسيط مستقل 3 − 2 = 1

VII) درجات حرية قطبين متصلين أحدهما يتحرك على منحنى :



لدينا ثلاثة نقاط لكل نقطة ثلاثة وسطاء وبالتّالي عدد الوسطاء 9 ولكن هذه الوسطاء ليست مستقلة وهي مرتبطة بعلاقات الارتباط التّالية :

$\overline{AB} = C_1 \wedge \overline{BC} = C_2$

و C تتحرك على منحني وبالتالي لدينا هنا علاقتي ارتباط ←

2 ماسبق نستنتج أنّ عدد الوسطاء المستقلة :

الوسطاء المستقلة ← 9 - 4 = 5 → عدد الدرجات الحرية).

↓

علاقات الارتباط

خلاصة : عدد درجات الحرية لجسم الصّلب الطليق 6 درجات من الحركة أمّا المقيد أصغر تماماً من 6.

نسمّي هذه الدّرجات من الحركة بالإحداثيات اللازمة للجسو الصّلب.