بحوث العمليات

مدرسة المقرر:د.غصون جيرودي

كتابة الطالب: عمران شامية

كلية العلوم قسم الرياضيات –جامعة دمشق

2014-2013

بحوث العمليات

المحاضرة الأولى

2013/10/3

نماذج مسائل بحوث العمليات

1 دالة الهدف $min/\max f(x)$

2 مجموعة شروط المسألة: $x \in R$

$$g_i(x) = a_i \dots\dots\dots\dots i = 1,2,\dots\dots\dots m_1$$
$$\mathrm{h_j(x) = b_j} \dots\dots\dots\dots \mathrm{j} = 1,2,\dots\dots\dots \mathrm{m_2}$$
$$s_k(x) = c_k \dots\dots\dots\dots . k = 1,2 \dots\dots, m_3$$

تعريف منطقة الحلول: F

هي المنطقة التي تحقق جميع القيم xوالتي تحقق جميع شروط المسألة.

تعريف الحل الأمثل: x^*

هي قيمة معينة في منطقة الحلول والتي تعطي أفضل قيمة لدالة الهدف

$\forall x \in F: f(x^*) \leq f(x)$ حيث دالة الهدف من الشكل $\min\ (f(x))$

ملاحظة: $\max f(x) \Leftrightarrow -(min - (f(x)))$

النموذج القياسي لدالة الهدف:

دالة الهدف $\min f(x)$

مجموعة الشروط $a_i \geq 0$ S.T $g_i(x) = a_i \dots\dots\dots\dots i = 1,2,\dots\dots\dots m$

$x \geq 0$ يسمى شرط عدم السلبية

تحويل أي نموذج الى النموذج القياسي: يمكن تحول أي مسألة الى النموذج القياسي بإتباع الخطوات التالية

- تحويل دالة maxالى دالةminوذلك بضرب الدالة $f(x)$بإشارة سالب
- تحويل المتراجحات الى مساواة بإضافة متحولات إضافية

  مثلا $g_i(x) \leq a_i$ تتحول الى مساواة بالشكل التالي: $s_l \geq 0$ $g_i(x) + s_l = a_i$

  أو $g_i(x) \geq a_i$ وتتحول الى مساواة بالشكل التالي: $s_l \geq 0$ $g_i(x) - s_l = a_i$
- تحويل المتحولات الحرة الى متحولات غير سالبة:

  بفرض $\mathrm{x_i}$متحول حر نضيف متحولين $\mathrm{x_i^+}$, $\mathrm{x_i^-}$ حيث $\mathrm{x_i = x_i^+ - x_i^-}$

  حيث $\mathrm{x_i^+}$, $\mathrm{x_i^-} \geq 0$.

مثال حول النموذج التالي الى النموذج القياسي:

$$\max \quad x_1^2 + 12x_2^4 - 2x_1x_2^2$$

$$\text{s.t } 2x_2 + 7e^{x_3} \geq 5$$

$$\mathrm{x_1 + 5x_3 \leq 3}$$

$$\mathrm{x_2 + \sin(x_3) = 9}$$

$$\mathrm{x_1}\ ,\mathrm{x_2} \geq 0$$

E-mail: imran.shamia@gmail.com

الحل:

أولا نقوم بتحويل دالة الهدف الى الشكل القياسي وهو min

$$f(x) = min - (x_1^2 + 12x_2^4 - 2x_1x_2^2)$$

ثانيا نقوم بتحول الشروط الى الشكل القياسي واي تحويل المتراجحات الى المساواة وذلك بإضافة متحولات جديدة:

$$2x_2 + 7e^{x_3} - s_1 = 5$$

$$x_1 + 5x_3 + s_2 = 3$$

$x_2 + \sin(x_3) = 9$ هذا الشرط يبقى كما هو

ونبدل المتحول الحر x_3 كما يلي لضمان شرط عدم السلبية $x_3 = x_3^+ - x_3^-$

ويكون $x_1, x_2, s_1, s_2, x_3^+, x_3^- \geq 0$ وبتبديل x_3 في الشروط بما يساويها نجد

$$2x_2 + 7e^{x_3^+ - x_3^-} - s_1 = 5$$

$$x_1 + 5(x_3^+ - x_3^-) + s_2 = 3$$

$$x_2 + \sin(x_3^+ - x_3^-) = 9$$

حيث $x_1, x_2, s_1, s_2, x_3^+, x_3^- \geq 0$

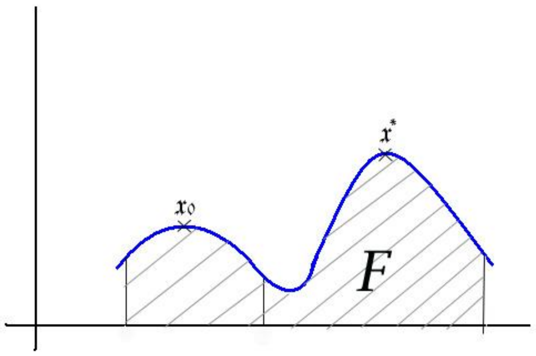
أنواع النماذج:

يمكن تصنيف أنواع النماذج تبعا للنموذج القياسي السابق كما يلي:

1) في حال كان كلا من $_i(X)$ و $f(x)$ توابع خطية فإن المسألة تدعى برامج خطية.
2) في حال كان أحد التوابع $f(x)$ أو $_i(X)$ غير خطي فإن المسألة تدعى برنامج غير خطي
3) في حال $f(X)$ تابع تربيعي و التوابع $g_i(X)$ خطية فإن المسألة تدعى برنامج تربيعي.
4) في حال لا يوجد شروط للمسألة فإنها تدعى مسالة ليست شرطية.

التوابع المحدبة والتوابع غير المحدبة:

تعتبر دراسة التوابع المحدبة أسهل بكثير من غيرها من التوابع حيث يمكن تحديد الحل الأمثل x^* بشكل دقيق في منطقة الحلول F, بينما لا نتمكن تحديد الحل الأمثل في غيرها إنما نحدد حل امثل محلي . ويمكن توضيح ذلك بالشكل.



عند البحث عن الحل الأمثل x^* والبدء من اليسار شوف نصل الى x_0 والتي هي حل محلي وليس أعظمي.

انتهت المحاضرة الأولى