كلية العلوم قسم الرياضيات - جامعة دمشق
السنة : الثانية
المقرر : تحليل عددي (1)
الفصل : الأول
المحاضرة : (1)
التاريخ : 2013/9/29

د.سامي جديبا

ملاحظة هامة :

هذه المادة تعتمد على الآلة الحاسبة بشكل كبير و يجب إحضار آلة حاسبة علمية إلى المحاضرات و الامتحان

تذكرة :

تعريف التابع الرياضي :

هو كائن رياضي يمثل علاقة بين مجموعتين وتربط كل عنصر من المجموعة الأولى بعنصر واحد من المجموعة الثانية و تسمى المستقر وغالباً ما نرمز للتابع بـ f ونكتب

$$f: X \to Y$$

$$x \mapsto y$$

- نقول عن تابع f أنه متزايد إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي :

$$\forall\, x_1, x_2 \in X :\ x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

- نقول عن تابع f أنه متناقص إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي :

$$\forall\, x_1, x_2 \in X :\ x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

- نقول عن تابع f أنه مستمر عند النقطة $x_0 \in X$ إذا تحقق الشرط التالي :

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to x_0 \\ <}} f(x) = f(x_0)$$

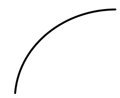
- نقول عن تابع f أنه مستمر على X إذا كان مستمراً عند كل نقطة من نقاط X .
- نقول عن تابع f أنه قابل للاشتقاق عند النقطة $x_0 \in X$ إذا تحقق الشرط التالي :

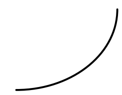
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \alpha \ :\ \alpha \in \mathbb{R}$$

- نقول عن تابع f أنه قابل للاشتقاق على X إذا كان قابلاً للاشتقاق عند كل نقطة من نقاط X .

ملاحظة :

لا علاقة للتزايد و التناقص بجهة التقعر

فمثلاً : هذا المنحني  متزايد تقعره نحو الأسفل

وأما هذا المنحني  فهو متزايد أيضاً لكن تقعره نحو الأعلى

قاعدة :

بفرض f تابع قابل للاشتقاق على المجال $[a, b]$ عندئذ :

- f متزايد تماما على $]a, b[$ $\Leftrightarrow$ المشتق الأول لـ f موجب تماما
- f متناقص تماما على $]a, b[$ $\Leftrightarrow$ المشتق الأول لـ f سالب تماما
- f تابع ثابت على $]a, b[$ $\Leftrightarrow$ المشتق الأول لـ f معدوم

رسم منحني لتابع بشكل تقريبي :

ليكن التابع $\boxed{f(x) = x^4 - 2x^3}$ ، ادرسه و ارسم شكل تقريبي له

الحل :

التابع معرف و مستمر و قابل للاشتقاق على $\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

لدينا $\lim_{x\to-\infty} = +\infty$ $\quad$ $\lim_{x\to+\infty} = +\infty$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 : f'(x) = 0 \Rightarrow x^2(4x - 6) = 0$$

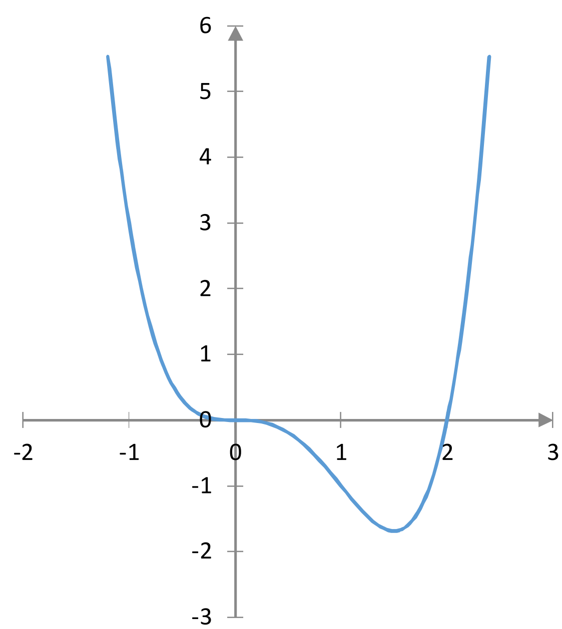
$\Rightarrow x = 0$ أو $x = \frac{3}{2}$

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$\frac{-27}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x : f''(x) = 0$$

$\Rightarrow x = 0$ أو $x = 1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\cup \uparrow$		$\cap \downarrow$		$\cup \uparrow$	



... انتهت المحاضرة (1) ...