المحاضرة الرابعة
2013-10-23

Note:
يوجد الكثير من الحالات في البرامج الخطية وطريقة سمبلكس تعطي معلومات كافية عن الحل الأمثل وكميات الزيادة في المواد او غيرها من المتغيرات أو استحالة الحل او وجوده في اللانهاية أو وجود عدد غير منتهي من الحلول،والمثال في هذه المحاضرة يناقش ابسط البرامج الخطية التي يمكن حلها دون متحولات اصطناعية.

طريقة سمبلكس في حل البرامج الخطية

ليكن لدينا برنامج خطي ما خطوات الطريقة هي التالية

1. نجعل الطرف الثاني غير سالب في جميع شروط المسألة
2. نحول الشكل العام لدالة الهدف الى الشكل القياسي(Min)
3. في حال كان أحد شروط المسألة(قبل الخطوة 2)مساوات أو متراجحة من نوع $\geq$ نضيف متحولات اصطناعية هذه المتحولات موجبة وتضاف هذه المتحولات الى دالة الهدف بعد ضربها بعدد كبير موجب M
4. اذا أضيفت متحولات اصطناعية نقوم بحذفها من دالة الهدف وذلك بضرب الشرط المقابل ب$-M$ وإضافته الى دالة الهدف.
5. نقوم بكتابة الجدول الابتدائي للسمبلكس.

Exa: ليكن لدينا البرنامج الخطي التالي.

$$Max\ 100x_1 + 80x_2$$

$$\text{S.T}\quad 2x_1 + x_2 \leq 6$$
$$6x_1 + 9x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل: أولا نقوم بتحويل البرنامج للشكل القياسي فيصبح بالشكل.

$$-Min - 100x_1 - 80x_2$$

$$\text{S.T}\quad 2x_1 + x_2 + s_1 = 6$$
$$6x_1 + 9x_2 + s_2 = 36$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	الطرف الثاني
s_1	2	1	1	0	**6**
s_2	6	9	0	1	**36**
دالة الهدف	100	80	0	0	**0**

بعد كتابة الجدول الابتدائي (وهو يحوي الحل الابتدائي الذي يمثل مصفوفة من الشكل $\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$ وهي تقابل المتحولات الاساسية) نقوم بالخطوات التالية

1. تحديد عمود الدوران :وهو العمود المقابل لأكبر قيمة موجبة في سطر دالة الهدف
2. سطر الدوران :وهو السطر المقابل لأصغر قيمة موجبة والتي نحصل عليها من ناتج قسمة الطرف الثاني على امثال عمود الدوران(ما عدا سطر دالة الهدف)
3. تحديد عنصر الدوران:وهو العنصر الناتج من تقاطع عمود الدوران مع سطر الدوران وتحويل عنصر الدوران الى واحد وجميع عناصر عمود الدوران الأخرى الى أصفار وذلك باستخدام تحويلات سطرية
4. نغير المتحولات الاساسية(هي المتحولات التي جميع عناصر عمودها أصفار عدا عنصر واحد

5. اذا كانت جميع عناصر سطر دالة الهدف سالبة أو صفرية(غير موجبة)نتوقف عندها ونكون قد وصلنا الى الحل الامثل وإلا نعيد الخطوات السابقة ايجاد عنصر الدوران وما بعدها نتابع حل البرنامج السابق

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	الطرف الثاني	للتوضيح
s_1	2	1	1	0	6	$6/2=3$
s_2	6	9	0	1	36	36/6=6
دالة الهدف	100	80	0	0	0	

من الجدول نجد أن أكبر قيمة في سطر دالة الهدف هي 100بالتالي عمود الدوران هو العمود الأول المظلل باللون الأصفر.

وسطر الدوران هو السطر الأول وهو السطر المقابل لأصغر قيمة في الطرف الثاني بعد تقسيم كل قيمة في الطرف الثاني على مقابلها من عمود الدوران بالتالي يكون عنصر الدوران هو تقاطع السطر والعمود السابقين وهو المقابل للرقم 2.

نجري التحويلات السطرية التالية لجعل عنصر الدوران 1 وبقية عناصر العمود أصفار.

$R_1' \to \frac{1}{2}R_1$

$R_2' \to -6rR_1' + R_2$

$R_3' \to -100R_1' + R_3$

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	الطرف الثاني
x_1	1	1/2	1/2	0	**3**
s_2	0	(6)	-3	1	**18**
دالة الهدف	0	30	50-	0	**-300**

نلاحظ أن المتغيرات الاساسية قد تغيرت وأصبح x_1 بدلا من s_1

لم نصل للحل الأمثل بعد لأنه يوجد قيم موجبة في سطر دالة الهدف لذلك نعيد الخطوات السابقة ونوجد عمود الدوران وهو وضوحا العمود المقابل للقيمة 30 وسطر الدوران هو السطر الثاني بالتالي نجد ان عنصر الدوران تقاطع السطر مع العمود هو 6 داخل الدائرة.

نجري التحويلات السطرية التالية

$R_1' \to \frac{1}{2}R_1$

$R_2' \to -6rR_1' + R_2$

$R_3' \to -100R_1' + R_3$

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	الطرف الثاني
x_1	1	0	3/4	-1/12	**1.5**
x_2	0	1	-1/2	1/6	**3**
	0	0	-35	-5	**-390**

نلاحظ ان سطر دالة الهدف جميع لقيم اما سالبة أو صفرية لذلك نقول اننا وصلنا الى الحل الأمثل وهو $x_1 = 1.3$ & $x_2 = 3$ حيث x_1, x_2 هي المتحولات الاساسية وقيمة دالة الهدف هي $F = 390$

انتهت المحاضر الرابعة.

www.syriamath.net

Note:
عند اختيار عنصر الدوران نلاحظ ان المتحول المقابل له يصبح متحول اساسي