حساسية الحل والأسعار العدلة:

نناقش في هذه الفقرة الحل النهائي لجدول السمبلكس والمعلومات التي يمكن الحصول عليها وكيف يؤثر تغير الكميات (مواد أولية ،ساعات عمل ،...)على الحل النهائي في جدول السمبلكس دون اعادة حل البرنامج.سبنين ذلك من خلال مثال.

Exa:تقوم شركة مفروشات بإنتاج نوعين من المفروشات الربح بالقطعة الواحدة من النوع الأول 100الف ليرة وربح القطعة من النوع الثاني 80 الف ليرة .تتوم الشركرة بشراء $6m^2$ من الخشب اسبوعيا وتعمل 63ساعة اسبوعيا كما تحتاج القطعة الواحدة من النوع الأول لـ $2m^2$ خشب و 6 ساعات عمل ، وتحتاج القطعة من النوع الثاني لـ $1m^2$ خشب و 9ساعات عمل والمطلوب:

1) اكتب النموذج الرياضي للمسألة
2) أوجد الحل الأمثل وذلك لتحقيق أكبر ربح ممكن
3) ما هو السعر العادل لمتر الخشب الإضافي
4) ما هو السعر العادل لساعة العمل الإضافية
5) اذا كانت كمية الخشب الاضافي d_1 كيف سيتغير الحل الأمثل وما هي الشروط الواجب تحقيقها لعدم حل المسألة من جديد
6) اذا كانت عدد ساعات العمل الاضافية هي d_2 كيف سيتغير الحل وما هي الشروط الواجب تحققها لعدم حل المسألة من جديد
7) في حال إضافة ساعات عمل وخشب إضافي ما هي الشروط الواجب توافرها لعدم حل المسألة من جديد

الحل:

1)إيجاد النموذج الرياضي للمسألة

$$Max\ Z = 100x_1 + 80x_2.$$

اختيرت الدالة Max من أجل تحقيق اكبر ربح ممكن

$$S.T\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 6 & \text{شرط الخشب كمية} \\ 6x_1 + 9x_2 \le 36 & \text{شرط الساعات} \\ \mathbb{Z} \ni x_1, x_2 \ge 0 & \text{عدم شرط السلبية} \end{cases}$$

2)تم حل نفس المسألة في المحاضرة الرابعة و الجدول النهائي للسمبلكس هو

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	الطرف الثاني
x_1	1	0	4/3	-1/12	3/2
x_2	1	1	-1/2	1/6	3
Z	0	0	-35	-5	-390

والحل الأمثل يكون $s_1 = s_2 = 0$, $x_2 = 3$, $x_1 = \frac{3}{2}$ وقيمة دالة الهدف $Z = 390$

أي أن الربح الأعظمي سيكون 390 وذلك عندما $x_2 = 3$, $x_1 = \frac{3}{2}$ ولا يوجد أي زيادة في الخشب أو ساعات العمل أي $s_1 = s_2 = 0$

E-mail: imran.shamia@gmail.com

3) من جدول السمبلكس نقول أن السعر العادل لمتر الخشب 35 الف وهي القيمة المقابلة لـ s_1 في دالة الهدف.(بعد ضربها بإشارة سالب)

4)السعر العادل لساعة العمل هو 5 آلاف في الاسبوعوهي القيمة المقابلة لـ s_2 في دالة الهدف (بعد تغيير الاشارة)وكل زيادة عن 5 يكون خسارة وكل نقص يكون ربح.

5)بفرض زدنا كمية الخشب بمقدار d_1 الشرط الاول يصبح فإن x_1 , x_2 تتغيران بالشكل

$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{4}{3}d_1$ وهي قيمة x_1 في الطرف الثاني(3/2) مجموع لها أمثال s_1 في السطر الأول (3/4)مضروب بـ d_1

$x_2 = 3 - \frac{1}{2}d_1$ وهي قيمة x_2 في الطرف الثاني(3)مجموع لها أمثال s_1 في السطر الثاني (-1/2)مضروب بـd_1

ويبقى الحل مقبول مادام كل من $x_1 , x_2 \geq 0$

$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{4}{3}d_1 \geq 0$ وهذا مقدار موجب دوما

$x_2 = 3 - \frac{1}{2}d_1$ ويكون موجب عندما $3 - \frac{1}{2}d_1 \geq 0 \Rightarrow d_1 \leq 6$ اي ان الحل صحيح من أجل $d_1 \leq 6$.

طلب إضافي :ما هو الحل الأمثل من أجل $d_1 = 4$ نلاحظ ان الكمية المضافة تحقق الشرط السابق $d_1 = 4 \leq 6$ فالحل الأمثل يكون

$$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \times 4 = \frac{9}{2}$$

$$x_2 = 3 - \frac{1}{2} \times 4 = 1$$

في حال طلب إيجاد الحل الأمثل لأجل $d_1 > 6$ فإنه يجب حل المسألة من جديد

6)في حال إضافة d_2 ساعات إضافية فإن الحل سيتغير بالشكل:

$x_1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{12}d_2$ و $x_2 = 3 + \frac{1}{6}d_2$ والحل السابق يبقى صحيح ما دام$x_1 , x_2 \geq 0$

ومنه $x_1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{12}d_2 \geq 0 \Rightarrow d_2 \leq 18$

7)في حال إضافة ساعات عمل وكمية خشب فإن الحل يصبح على الشكل:

$$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{3}{4}d_1 - \frac{1}{12}d_2$$

$$x_2 = 3 - \frac{1}{2}d_1 + \frac{1}{6}d_2$$

ويبقى الحل صحيح في حال تحققت الشروط

$$3 - \frac{1}{2}d_1 + \frac{1}{6}d_2 \geq 0 \quad \& \quad \frac{3}{2} + \frac{3}{4}d_1 - \frac{1}{12}d_2 \geq 0$$

وإلا نقوم بإعادة حل المسألة من جديد

انتهت المحاضرة السابعة.

www.syriamath.net

:Note

يمكن التأكد من الحل النهائي للبرامج الخطية المحلولة بطريقة السمبلكس باستخدام دوال برنامج Mathematica أو غيرها من البرامج الرياضية.

يمكن استخدام الدالة Minimize حل مثال وظيفة في المحاضرة الخامسة بإستخدام Mathematic

البرنامج هو

$$Min - 100x - 80y$$
$$\text{s.t.} \quad x + y \geq 1$$
$$2x + 3y \leq 36$$
$$x, y \geq 0$$

الحل يكون على الشكل:

```
Minimize[{-100x-80y,x+y≥1&&2x+3y≤36&&x≥ 0&&y≥ 0},{x,y}]
```

والجواب يكون

$\{-1800, \{x \to 18, y \to 0\}\}$

تم تبديل x_1 بـ x و x_2 بـ y.

وقيمة دالة الهدف هي *-1800*

وتعكس الإشارة في حالة كانت دالة الهدف Max

E-mail: imran.shamia@gmail.com