طريقة المكافئ العكسي:

أثبت أنه إذا كان n^2 عدد زوجياً فإن n عدد زوجي:

n^2 عدد زوجي $\longleftarrow$ n عدد زوجي.

n عدد فردي $\longleftarrow$ n^2 عدد فردي.

الأجوبة:

برهن أن n^2+n+41 عدد أولي من أجل $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

$P(1) = 1 + 1 + 41 = 43$

$P(2) = 4 + 2 + 41 = 47$

$P(3) = 9 + 3 + 41 = 63$

الحالات: n^2+n عدد زوجي:

$= n(n+1)$ زوجي فردي — أو — $n(n+1)$ فردي زوجي

المحاضرة الثالثة: ٣٠/١٠/٢٠١٣

مبادئ أولية في التحليل (1)

مبرهنات:

١- القيمة المطلقة.

٢- خواص القيمة المطلقة.

٣- المسافة بين عددين ومتراجحة المثلث.

٤- مجالات المحور الحقيقي.

٥- minimum / maximum

٦- المجموعة المحدودة

٧- أصغر حد أعلى supremum

٨- أكبر حد أدنى infimum

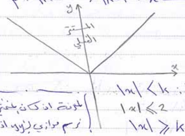
٩- خاصية أرخميدس

١٠- المجموعة Q كثيفة في R

$\boxed{1}$: القيمة المطلقة: تعريفها:

$x \in \mathbb{R} \Rightarrow |x| \in \mathbb{R}^+$

$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+ : x \longrightarrow f(x) = |x| \begin{cases} x & : x > 0 \\ -x & : x \leqslant 0 \end{cases}$



ملونة اذا كان منحنى تابع
نرسم موازي لمحور y اذا قطعه
بنقطة فهو تابع أما إذا
كان له تابع عكسي فإننا
نرسم موازي لمحور x اذا قطعه
بنقطة له تابع عكسي

$\boxed{2}$ خواص القيمة المطلقة:

أ: $|x| \geqslant 0 : \forall x \in \mathbb{R}$

ب: $|x| < k : k > 0 \Longleftrightarrow -k < x < k$

$|x| \leqslant 2 \Longleftrightarrow -2 \leqslant x \leqslant 2$

ج: $|x| \geqslant k \underset{k \geqslant 0}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} x \geqslant k \\ x \leqslant -k \end{cases}$ أو

$|x| \geqslant 3 \Longleftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 3 \\ x \leqslant -3 \end{cases}$

د: $|x - y| = |y - x|$

$|x + y| = |y + x|$

هـ: $|x| = 0 \Longleftrightarrow x = 0$

و: $|x \mp y| \leqslant |x| + |y|$

ز: $|x - y| \geqslant ||x| - |y||$

ح: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

ط: $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|} \quad : y \neq 0$

ي:

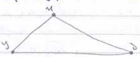
$|x + y| \lesseqgtr |x - y|$

$|x + y| = |x - y| \Longrightarrow (x, 0)\,(0, y), (0, 0)$

$\boxed{3}$ المسافة بين عددين: ليكن لدينا العددين $x, y \in \mathbb{R}$ فإن البعد بينهما يعطى بالعلاقة

$d(x, y) = |x - y|$

متراجحة المثلث:



$d(x, z) \leqslant d(x, y) + d(y, z)$

/ /

4) مجالات المحور الحقيقي: $\mathbb{R}$

a b

١): $]a,b[$, $]b,+\infty[$, $]-\infty,a[$

٢): $[a,b]$

٣): $[a,b[$, $]a,b]$, $]-\infty,b]$, $[a,+\infty[$

مثال: لنعرف المجال: $]b,+\infty[$

$$]b,+\infty[=\{x : x\in\mathbb{R} : b<x<+\infty\}$$

5) minimum / maximum

أكبر عنصر في مجموعة max: نقول عن عنصر b أنه أكبر عنصر في مجموعة A إذا كان:

١): $b\in A$

٢): $\forall x\in A : x\leqslant b$

$A=\{2,4,6\}$ $\max=6$

$A=[2,4]$ $\max=4$

$A=[2,4[$ $\max$ لا يوجد

أصغر عنصر في مجموعة min: نقول عن a أنه أصغر عنصر في مجموعة A:

١): $a\in A$

٢): $\forall x\in A : x\geqslant a$

$A=\{2,4,6\}$: $\min=2$

$A=[2,4]$: $\min=2$

$A=]2,4]$: $\min$ لا يوجد

6) المجموعة المحدودة:

$\boxed{أ}$ نقول عن المجموعة A أنها محدودة إذا وجد $M>0$: $\forall x\in A \Longrightarrow |x|\leqslant M$

أو $|A|\leqslant M$

أي عنصر من A أصغر من M

تعريف: نقول عن مجموعة A أنها محدودة من الأعلى إذا وجد b حيث:

$$\forall x\in A \Longrightarrow x\leqslant b$$

نقول عن مجموعة A أنها محدودة من الأدنى إذا وجد a حيث:

$$\forall x\in A \Longrightarrow x\geqslant a$$

$\boxed{ب}$ نقول عن مجموعة أنها محدودة إذا كانت محدودة من الأدنى والأعلى.

$$a\leqslant x\leqslant b$$