شرط غوي لإيجاد الحل الصحيح في طريقة سمبلكس:

ليكن البرنامج الخطي التالي.

$$Min\ Z = x_1 - x_2 - 3x_3$$

$$S.T\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \le 1 \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 \le 2 \\ 3x_1 + x_3 \le 5 \\ \mathbb{Z} \ni x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

بعد الحل يكون الجدول النهائي للسمبلكس بالشكل التالي:

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	الطرف الثاني
x_3	0	0	1	2	1	0	4
x_2	0	1	0	-1/3	1/3	2/3	11/3
x_1	1	0	0	-2/3	-1/3	1/3	1/3
Z	0	0	0	-10/3	-11/3	-1/3	-46/3

والحل الامثل الحقيقي هو

$$s_1 = s_2 = s_3 = 0 \quad x_1 = \frac{1}{3} \quad x_2 = \frac{11}{3} \quad x_3 = 4$$

نلاحظ إن الحل حقيقي لكن في كثير من المسائل يكون الحل الحقيقي غير مقبول بالتالي يطلب حل صحيح لذلك سوف نضيف شرط اخر على المسألة ثم نعيد الحل بطريقة السمبلكس من جديد لكن قبل ذلك سنسمي مصفوفة الأمثال في جدول السمبلكس بـ H و الطرف الثاني سنرمز له بالمصفوفة B .

كما سنعرف دالة التقريب التالية $\lfloor x \rfloor$ وهو اكبر عدد صحيح اصغر أو يساوي x .

نتابع خطوات الحل .

من الجدول النهائي السابق نحدد السطر المقابل لأكبر عدد غير صحيح في الطرف الثاني وهو إما السطر المقابل لـ *11/3* أو السطر المقابل لـ *1/3* وبما ان($11/3 \ge 1/3$)لذلك نختار السطر الثاني المقابل للقيم التالية

$$h_{21} = 0,\ h_{22} = 1, h_{23} = 0,\ h_{24} = -\frac{1}{3}, h_{25} = \frac{1}{3}, h_{26} = \frac{2}{3}\ \&\ b_2 = \frac{11}{3}$$

نضيف الشرط التالي على المسألة (شرط غوي) المعرف بالشكل

$$h'_{21}x_1 + h'_{22}x_2 + h'_{23}x_3 + h'_{24}s_1 + h'_{25}s_2 + h'_{26}s_3 \ge b'_2$$

حيث أن $h'_{ij} = h_{ij} - \lfloor h_{ij} \rfloor$ و $b'_2 = b_2 - \lfloor b_2 \rfloor$

لنحسب الأمثال في الشرط السابق

$$h'_{21} = 0 - \lfloor 0 \rfloor = 0 \quad , h'_{22} = 1 - \lfloor 1 \rfloor = 0 \ , h'_{23} = 0 \ ,$$
$$h'_{24} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} - 1 = \frac{2}{3} \ , h'_{25} = \frac{1}{3} - \left\lfloor \frac{1}{3} \right\rfloor = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$
$$h'_{26} = \frac{2}{3} - \left\lfloor \frac{2}{3} \right\rfloor = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3} \quad , b'_2 = \frac{11}{3} - \left\lfloor \frac{11}{3} \right\rfloor = \frac{11}{3} - 3 = \frac{2}{3}$$

نعوض القيم السابقة في شرط غوي

Note: يمكن ان نعرف ايضا الدالة $\lfloor x \rfloor$وهي أصغر عدد صحيح أكبر او يساوي x

E-mail: imran.shamia@gmail.com

$$0+0+0+\frac{2}{3}s_1+\frac{1}{3}s_2+\frac{1}{3}s_3 \geq \frac{2}{3}$$

نحول المتراجحة الى الشكل القياسي

$$\frac{2}{3}s_1+\frac{1}{3}s_2+\frac{1}{3}s_3-s_4=\frac{2}{3}$$

نضيف متحول اصطناعي

$$(*).....\quad \frac{2}{3}s_1+\frac{1}{3}s_2+\frac{1}{3}s_3-s_4+a_4=\frac{2}{3}$$

ويضاف الى سطر دالة الهدف Ma_4 ثم نحذف a_4 من دالة الهدف بضرب (*) بـ$-M$ وجمعه لدالة الهدف لتصبح بالشكل

$$Min\ Z=\left(\frac{10}{3}-\frac{2}{3}M\right)x_1+\left(\frac{11}{3}-\frac{M}{3}\right)x_2+\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}M\right)x_3+Ms_4-\frac{46}{3}+\frac{2}{3}M$$

نكتب جدول السمبلكس بعد اضافة شرط غوي والتعديل على دالة الهدف

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	a_4	الطرف الثاني
x_3	0	0	1	2	1	0	0	0	4
x_2	0	1	0	-1/3	1/3	2/3	0	0	11/3
x_1	1	0	0	-2/3	-1/3	1/3	0	0	1/3
a_4	0	0	0	2/3	1/3	2/3	-1	1	2/3
دالة الهدف Z	0	0	0	(2/3)M-10	M/3-11/3	(2/3)M-1/5	-M	0	46/3-2/3M

نوجد عمود الدوران نجد أن (2/3)M-1/5 اكبر قيمة في سطر دالة الهدف بالتالي العمود السادس هو عمود الدوران أما سطر الدوران نقسم عناصر الطرف الثاني على مقابلاتها من عمود الدوران فنجد أن كل من السطر الثالث والرابع لهما نفس القيمة 1 ولدينا حرية اختيار أي من السطرين كسطر دوران ،لكن بما ان a_4 متحول اصطناعي اساسي ولابد من حذفه لذلك للسهولة نختار السطر الرابع كسطر دوران من اجل حذف المتحول الاصطناعي ويصبح s_3 متحول اساسي بدلا منه .

بعد اختيار العمود السادس والسطر الرابع يكون $h_{46}=\frac{2}{3}$ هو عنصر الدوران نجري التحويلات السطرية التالية

Remember:ليس من الضروري حساب عمود a_4 لانه اصبح متحول اصطناعي غير اساسي يحذف بعد هذه الخطوة.

$$R_4' \to \frac{3}{2R_4} \qquad R_2' \to -\frac{3}{2}R_4'+R_2$$

$$R_3' \to -\frac{1}{3}R_4'+R_3 \qquad R_5' \to -\left(\frac{2}{3}M-\frac{1}{5}\right)R_4'+R_5$$

المتحولات الاساسية	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	a_4	الطرف الثاني
x_3	0	0	1	2	1	0	0	0	4
x_2	0	1	0	-1	0	1	2/3	-2/3	3
x_1	1	0	0	-1	-1/2	1	1/2	-1/3	0
S_3	0	0	0	1	1/2	1	-3/2	3/2	1
دالة الهدف Z	0	0	0	-49/5	-107/30	0	-3/10		-15

وهذا الجدول النهائي لأنه لان جميع عناصر سطر دالة الهدف اعداد غير موجبة
و من الملاحظ أن جميع عناصر الطرف الثاني هي اعداد صحيحة أي وصلنا للحل الصحيح الامثل وهو $s_3 = 1$,$x_1 = 0$,$x_2 = 3$,$x_3 = 4$
و المتحولات غير الاساسية هي
$x_1 = s_2 = s_4 = 0$ وقيمة دالة الهدف هي $Z = -15$

Note: بشكل عام يمكن تلخيص خطوات شرط غوي في ايجاد الحل الصحيح كالتالي:

1. نحدد أكبر عدد غير صحيح في الطرف الثاني وليكن b_i
2. نوجد ما يلي $h'_{ij} = h_{ij} - \lfloor h_{ij} \rfloor$, $b'_i = b_i - \lfloor b_i \rfloor$
   حيث H مصفوفة الامثال في الجدول النهائي للسمبلكس
   B مصفوفة الطرف الثاني في جدول السمبلكس النهائي
3. نضيف الشرط التالي لجدول السمبلكس
   $$\sum h'_{ij}\, x_i \geq b_i$$
4. نعيد حل البرنامج بوجود الشرط السابق من ايجاد عنصر الدوران ونتابع باقي الخطوات .

Note:
اعتبرت الدكتورة في حلها السطر الثالث كسطر دوران النتيجة زادت الخوارزمية خطوة أي زاد حساب جدول اضافي ويوجد اختلاف طفيف في قيم المتحولات الاساسية لكن قيمة دالة الهدف نفسها .

Born to a throne,
stronger than Rome
A violent prone,
poor people zone
But it's my home
all I have known.
Where I got grown

www.syriamath.net