المحاضرة الثامنة

3/11/2013

الدراسة التحليلية :

مطلوب نظري سؤال دورة

1- تعيين الموضع :

(مرجع)

نختار المجلة $ox_1y_1z_1$ مجلة محاور ثابتة ومجلة شاهر متماسكة مع جسو $oxyz$ حيث o هي نقطتها للمجلتين وهي نقطة ثابتة

ليتعين سعاع الموضع للنقطة M نقوم بما يلي :

ان تة موضع أي نقطة M من الجسو الصلب تتعين من إسقاط العبارة السعاعية:

$$\overrightarrow{oM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

على جملة المحاور الثابتة $ox_1y_1z_1$ حيث (x, y, z) مقادير ثابتة و $\vec{k}, \vec{j}, \vec{i}$ متجهات الواحدة لمجلة متغيرة

لدينا هنا 9 وسطاء غير مستقلة مرتبطة بست علاقات هي :

$$|\vec{i}^2| = 1 \;,\; |\vec{j}^2| = 1 \;,\; |\vec{k}^2| = 1$$
$$\vec{i}\vec{j} = \vec{j}\vec{k} = \vec{i}\vec{k} = 0$$

} 6 وسطاء علاقات ارتباط

وبالتالي عدد درجات الحرية $9 - 6 = 3$ (3 وسطاء مستقلة)

لنفرض $\vec{ou}$ الفصل المشترك بين المستويين oxy مع ox_1y_1

لنسمي الزاوية $\psi = (ox_1, ou)$ ونسمي الزاوية $\varphi = (\vec{ou}, \vec{ox})$

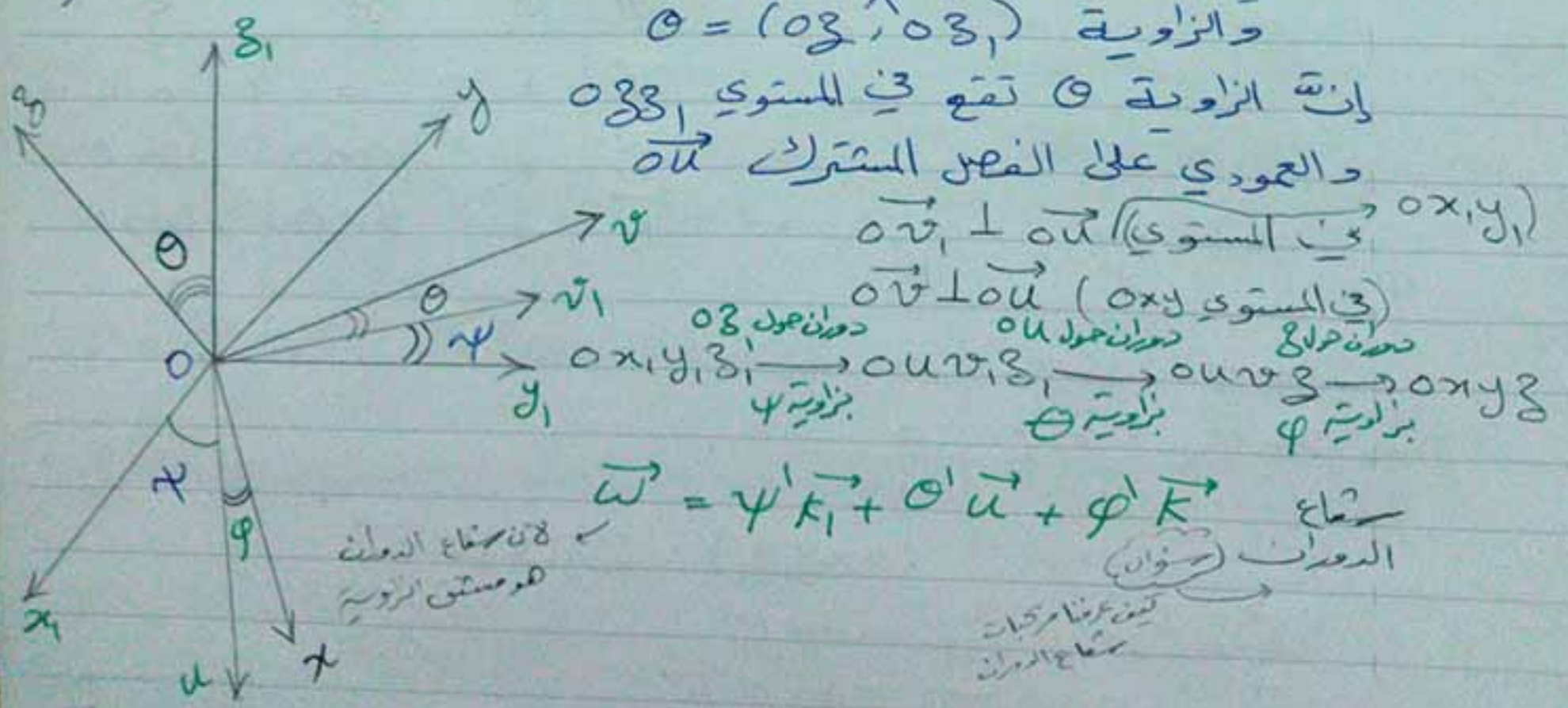
والزاوية $\theta = (oz, oz_1)$

إن الزاوية θ تقع في المستوي ozz_1

والعمودي على الفصل المشترك $\vec{ou}$

$\vec{ov_1} \perp \vec{ou}$ (في المستوي ox_1y_1)

$\vec{ov} \perp \vec{ou}$ (في المستوي oxy)



$$\vec{\omega} = \psi'\vec{k_1} + \theta'\vec{u} + \varphi'\vec{k}$$

سعاع الدوران

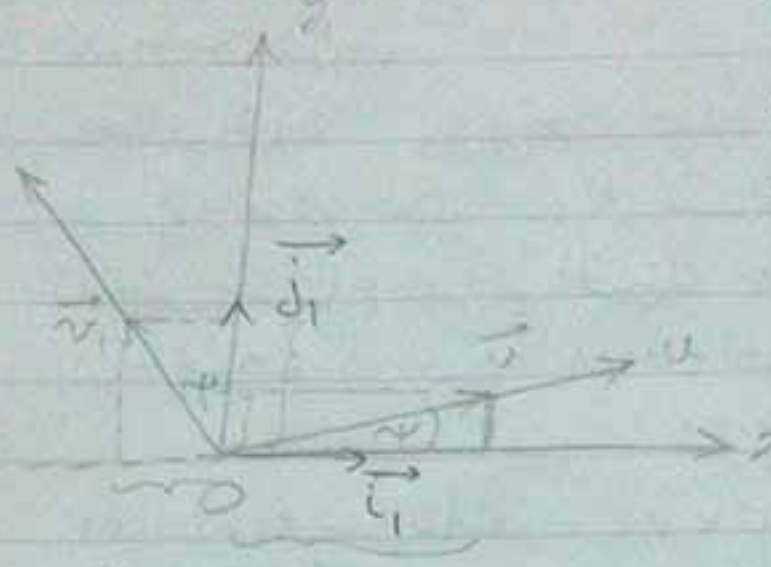
(سرعة زاوية)

ان سعاع الدوران هو مشتق الزاوية

كيف عرفنا مركبات سعاع الدوران

ψ تقع في المستوي x_1y_1 والزاوية φ تقع في المستوي xy والزاوية θ تقع في المستوي oz_1

مصفوفة التحويل لأنسقة الواحدة :

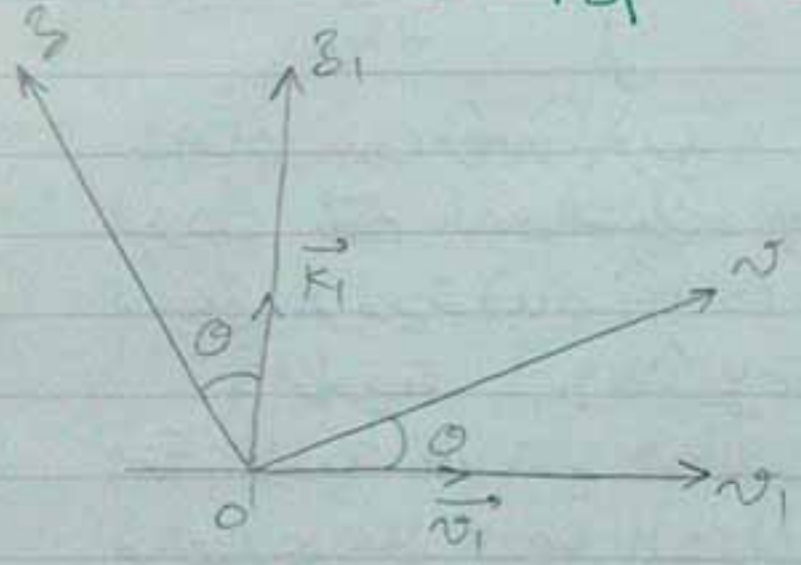


$$\vec{u} = \cos\psi\,\vec{i}_1 + \sin\psi\,\vec{j}_1$$
$$\vec{v}_1 = -\sin\psi\,\vec{i}_1 + \cos\psi\,\vec{j}_1$$

سؤال: لماذا لم نجد مسقط $\vec{k}_1$ على $\vec{k}$؟

ψ	$\vec{u}$	$\vec{v}_1$	$\vec{k}_1$
$\vec{i}_1$	$\cos\psi$	$-\sin\psi$	0
$\vec{j}_1$	$\sin\psi$	$\cos\psi$	0
$\vec{k}_1$	0	0	1

المصفوفة التي تحول من المجلة $O x_1 y_1 z_1$ إلى المجلة $O u v_1 z_1$



$$\vec{v} = \cos\theta\,\vec{v}_1 + \sin\theta\,\vec{k}_1$$
$$\vec{k} = -\sin\theta\,\vec{v}_1 + \cos\theta\,\vec{k}_1$$

θ	$\vec{u}$	$\vec{v}$	$\vec{k}$
$\vec{u}$	1	0	0
$\vec{v}_1$	0	$\cos\theta$	$-\sin\theta$
$\vec{k}_1$	0	$\sin\theta$	$\cos\theta$

φ	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{u}$	$\cos\varphi$	$-\sin\varphi$	0
$\vec{v}$	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0
$\vec{k}$	0	0	1

$$\vec{\omega} = \dot{\psi}\,\vec{k}_1 + \dot{\theta}\,\vec{u} + \dot{\varphi}\,\vec{k}$$

$\vec{\omega}$ على الثابتة $(O x_1 y_1 z_1)$:

$$\vec{u} = \cos\psi\,\vec{i}_1 + \sin\psi\,\vec{j}_1$$
$$\vec{k} = -\sin\theta\,\vec{v}_1 + \cos\theta\,\vec{k}_1$$
$$= -\sin\theta\,[-\sin\psi\,\vec{i}_1 + \cos\psi\,\vec{j}_1] + \cos\theta\,\vec{k}_1$$
$$= \sin\theta\sin\psi\,\vec{i}_1 - \sin\theta\cos\psi\,\vec{j}_1 + \cos\theta\,\vec{k}_1$$

مع العلم أن شعاع الدوران الآني على المجلة المتحركة $oxyz_1$:

$$\vec{\omega} = (\theta'\cos\psi + \varphi'\sin\theta\sin\psi)\vec{i_1} + (\theta'\sin\psi - \varphi'\sin\theta\cos\psi)\vec{j_1} + (\psi' + \varphi'\cos\theta)\vec{k_1}$$

إحداثيات (مركبات) $\vec{\omega}$ على المحامل المتحركة $oxyz_1$ "للحامل"

$$P_1 = \theta'\cos\psi + \varphi'\sin\theta\sin\psi$$

$$q_1 = \theta'\sin\psi - \varphi'\sin\theta\cos\psi$$

$$r_1 = \psi' + \varphi'\cos\theta$$

على التماسكة: $oxyz$

$$\vec{k_1} = \sin\theta\,\vec{v} + \cos\theta\,\vec{k}$$

$$= \sin\theta[\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j}] + \cos\theta\,\vec{k}$$

$$\vec{k_1} = \sin\theta\sin\varphi\,\vec{i} + \sin\theta\cos\varphi\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}$$

$$\theta'/u = \cos\varphi\,\vec{i} - \sin\varphi\,\vec{j}$$

$$\varphi'\vec{k}$$

$$\vec{\omega} = (\psi'\sin\theta\sin\varphi + \theta'\cos\varphi)\vec{i} + (\psi'\sin\theta\cos\varphi - \theta'\sin\varphi)\vec{j} + (\psi'\cos\theta + \varphi')\vec{k}$$

مركبات سقاع الدوران الآني $\vec{\omega}$ على المجلة المتحركة (المتماسكة) "الحامل"

$$P = \theta'\cos\varphi + \psi'\sin\theta\sin\varphi$$

$$q = -\theta'\sin\varphi + \psi'\sin\theta\cos\varphi$$

$$r = \varphi' + \psi'\cos\theta$$

العلم الدنيا كالتلة تعيش أبدا والعلم الآخرة كالتلة تموت غدا