- تعيين نقطة في الفراغ:

لتكن لدينا النقطة M نقطة في الفراغ من أجل تعيين الإحداثيات الديكارتية لهذه النقطة نأخذ نقطة ثابتة O ونرسم منها ثلاثة محاور احداثية ox، oy، oz في الفراغ في مستوي واحد نطلق على مجملة المحاور الإحداثية oxyz ثم نرسم من النقطة M ثلاثة مستويات توازي المستويات oxz، oyz، oxy تقطع المحاور ox، oy، oz في النقاط A، B، C عندئذ يكون لدينا بالجبر $\overrightarrow{OA} = x$ ، $\overrightarrow{OB} = y$ و $\overrightarrow{OC} = z$ نعود هذه الأعداد بالإحداثيات الديكارتية للنقطة M حيث نسمي x فاصلة النقطة M و y ترتيب النقطة M، z رقم النقطة M ونرمز للنقطة M بالرمز M(x,y,z) حيث يقابل كل ثلاثي مرتب من $\mathbb{R}^3$ نقطة في الفراغ وبالعكس تقابل كل نقطة في الفراغ بثلاثي مرتب نعني أنه يوجد تقابل بين مجموعة نقاط الفراغ ومجموعة $\mathbb{R}^3$ لذلك نقول أن الفراغ هو المثيل الهندسي لـ $\mathbb{R}^3$.

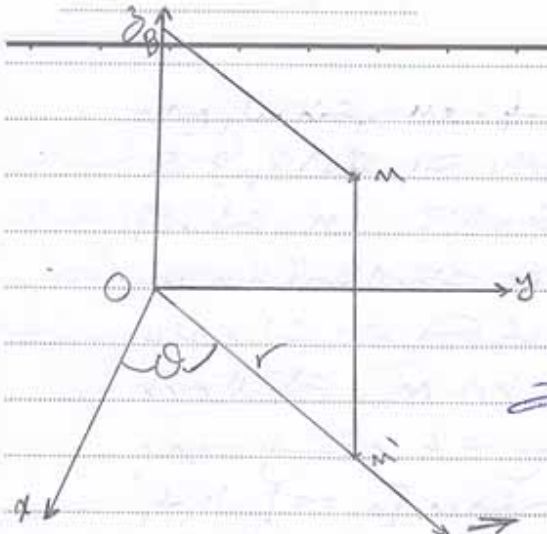
إذا كانت $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ أشعة الواحدة على المحاور ox، oy، oz على الترتيب فإن الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يكتب بالعلاقة التالية

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

⑤ الطريقة الإسطوانية:

لتكن لدينا النقطة M نقطة في الفراغ من أجل تحديد الإحداثيات الإسطوانية لهذه النقطة نقوم بإيجاد مسقط النقطة M على المستوي xoy ولتكن هذا المسقط هو النقطة M' أي انه انطلاقا من الجبر لدينا $\overrightarrow{MM'}$ ما هو إلا راقم النقطة M أي أنه $\overrightarrow{MM'} = z$ ثم نعين الإحداثيات القطبية للنقطة M' في المستوي xoy ولتكن هذه الإحداثيات (r, θ) عندئذ نقول أننا قد عينا النقطة M في الفراغ بالطريقة الإسطوانية حيث نسمي الأعداد r, θ, z الإحداثيات الإسطوانية

ALADDIN.net



النقطة M نرمز للنقطة M بالرمز
$M(r, \theta, z)$ مع ملاحظة أنه عندما
تقل الزاوية θ في المجال $[0, 2\pi]$
يسح نصف مستوي (Oz) لونا
كل مرة واحدة لذلك نؤمن
أن الثلاثي (r, θ, z) يحقق الشروط التالية

$$-\infty < z < +\infty \quad , \quad r \geq 0$$
$$0 \leq \theta < 2\pi$$

وذلك لكي يقابل كل نقطة في الفراغ ثلاثي وحيد (r, θ, z) من إحداثيات
الإسطوانية ما عدا النقاط $(0, \theta, z)$ التي تكون من أجله r غير معلمة

- العلاقة بين الإحداثيات الإسطوانية والديكارتية:

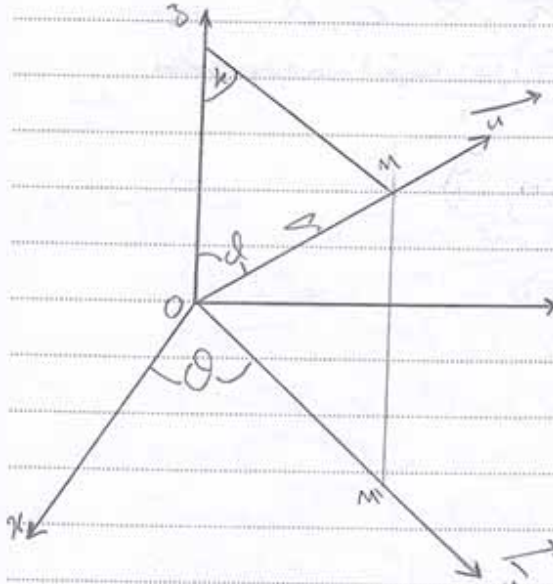
نظم العلاقة بين الإحداثيات الإسطوانية والديكارتية بالتالي:

تنتقل بها من الإحداثيات الديكارتية إلى الإسطوانية

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\theta \\ y = r \cdot \sin\theta \\ z = z \end{cases}$$

تنتقل بها من الإحداثيات الإسطوانية إلى الديكارتية.

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctg \frac{y}{x} \\ z = z \end{cases}$$



الإحداثيات الكروية:

لتكن لدينا النقطة M نقطة
سوبة إلى المجلة (O, x, y, z) ولتكن
M' مسقط النقطة M على المستوي
xOy أن النقطة M، تحدد تعيينا
المستوي (k) الذي يمكن تحديده
بوقفة الزاوية φ التي تنتج بين المحور (Oz)
والمار من M' والمحور (Ox) وهنا
تكون النقطة M التي تنتمي إلى
هذا المستوي وليس يمكن تعيين

وضع النقطة M في المستوي k بالإحداثيات القطبية (ρ, θ) حيث ρ في الزاوية المكونة بين Oz محور القطب و $\overrightarrow{OM}$ بحيث من النقطة M. ρ هو طول نصف القطر الشعاعي $\overrightarrow{OM}$ ومعلوم أن النقطة M تتعين بالمقادير (ρ, θ, φ) نعود هذه المقادير بالإحداثيات الكروية أو الإحداثيات القطبية في الفراغ للنقطة M ونرمز للنقطة M بالرمز $M(\rho, \theta, \varphi)$ تجدر الإشارة هنا إلى أن نصف المستوي k يمسح الفراغ كله مرة واحدة عندما تتغير θ في المجال $[0, 2\pi]$ ونصف القطر الشعاعي $\overrightarrow{OM}$ يمسح نصف المستوي k مرة واحدة عندما تتغير φ في المجال $[0, \pi]$ لذلك نؤمن أن المقادير (ρ, θ, φ) تحقق الشروط التالية:

$$\rho \geq 0, \quad 0 \leq \theta < 2\pi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi$$

نفس الشروط السابقة تقابل كل نقطة في الفراغ ثلاثي وجه (ρ, θ, φ) من الإحداثيات الكروية عدا نقاط Oz

- العلاقة بين الإحداثيات الكروية والإحداثيات الديكارتية:

نقطة العلاقة ؟ الإحداثيات الديكارتية بدلالة الإحداثيات الكروية بالعلاقة التالية:

$$x = \rho \sin\varphi \cos\theta$$
$$y = \rho \sin\varphi \cdot \sin\theta$$
$$z = \rho \cdot \cos\varphi$$

نقطة الإحداثيات الكروية بدلالة الإحداثيات الديكارتية:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\theta = \arctg \frac{y}{x}$$
$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$