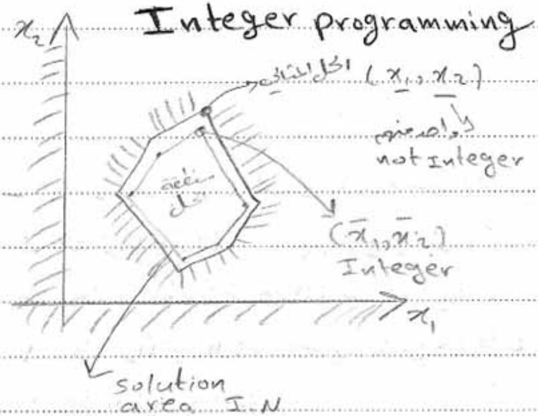
المحاضرة الثالثة عشرة :

ـ البرمجة الصحيحة: Integer programming



(I) Gomare Method

(Biseacat Method طريقة القواطع)

(II) (Branch . Method طريقة التفرع)

$F \to Max$
Condition x_i not Integer

$F_2 \to Max$
Condition

نضيف شرط

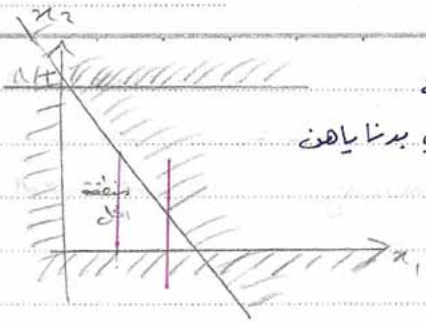
$x_i \leq \lfloor k_i \rfloor$

$F_1 \to Max$
condition

$x_i \geq \lceil k_i \rceil$

نفرض $F_1 > F_2 \Leftarrow$ (F_1 نفرع)

/ /



عندما نرسمها سنحصل نفس منطقة

الإمكانيات حتى نصل للنقاط يلي بدنا ياهن

- خوارزمية إيجاد الحل الأمثل باستخدام طريقة Gomary:

١- نختار المتغير الأساسي الذي يقابل أكبر كسر.

٢- نحدد المتغيرات غير الأساسية.

٣- نختار المتغير الأساسي الخارج عن طريق العنصر الثابت الأكثر سلبية في الطرف الثاني.

٤- لتحديد المتغير الداخل نختار أصغر نسبة بالقيمة المطلقة من حاصل قسمة سطر دالة الهدف على السطر المختار. ثم نحدد عنصر الدوران وعندئذ نطبق خوارزمية simplex المعتادة من جديد.

- القاعدة الرياضية لشرط Gomary:

	x_1	x_N	
x_i	a_i	.... a_{in}	$b \in \mathbb{Z}$

x_i يقابله b_i لكن نسميها b للسهولة.

$$a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + \text{------} = b$$

$$a_{i1} = \lfloor a_{i1} \rfloor + f_1 \rightarrow a_{i1} = 6{,}3 = \underbrace{6}_{a_{i1}} + \underbrace{0{,}3}_{f_1}$$

$$\vdots$$

$$a_{in} = \lfloor a_{in} \rfloor + f_n$$

$$b = \lfloor b \rfloor + f$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(\lfloor a_{ij} \rfloor + f_j \right) X_j = \lfloor b \rfloor + f$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lfloor a_{ij} \rfloor X_j + \sum_{j=1}^{n} f_j X_j = \lfloor b \rfloor + f$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_j X_j = \underbrace{\left(\lfloor b \rfloor - \sum_{j=1}^{n} \lfloor a_{ij} \rfloor X_j \right)}_{\geq 0} + f$$

$$\Leftarrow$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_j X_j \geq f \longrightarrow$$ شرط كومري

يضاف هذا الشرط لآخر جدول في Simplex وهو عبارة عن قطع اما مستقيم أو مستوي يميل لمنطقة الحل أو الامكانيات لتسهيل العملية نضرب هذا الشرط بإشارة ناقص عند اضافته للجدول

- ملاحظة : الضرب بإشارة ناقص فقط في طريقة كومري فقط

$$-\sum_{j=1}^{n} f_j X_j \leq -f$$

تمرين :

ليكن لدينا البرنامج الخطي الآتي :

$$F = 5X_1 + 6X_2 \longrightarrow Max$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 18$$

$$2X_1 + X_2 \leq 12$$

$$X_1 + X_2 \leq 8$$

$$X_i \geq 0 , X_i \text{ Integer} , i = 1:2$$

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.h
S_1	2	3	1	0	0	18
S_2	2	1	0	1	0	12
S_3	1	1	0	0	1	8
$-F$	-5	-6	0	0	0	0
X_2	$2/3$	1	$1/3$	0	0	6
S_2	$4/3$	0	$-1/3$	1	0	6
S_3	$1/3$	0	$-1/3$	0	1	2
$-F$	-1	0	2	0	0	36
X_2	0	1	$1/2$	$-1/2$	0	3
X_1	1	0	$-1/4$	$3/4$	0	$9/2$
S_3	0	0	$-1/4$	$-1/4$	1	$1/2$
$-f$	0	0	$7/4$	$3/4$	0	$40\frac{1}{2}$

$6 \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$

$6 \times \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4.-$

$2 \times 3 = 6$

أصغر نسبة

$$X_1 = 4,5 \quad , \quad X_2 = 3 \quad , \quad F = 40\,\frac{1}{2}$$

نختار أكبر كسر من المتحولات X_1, X_2

$$1.X_1 + 0.X_2 - \frac{1}{4}S_1 + \frac{3}{4}S_2 + 0.S_3 = \frac{9}{2}$$

$$(1+0)X_1 + (0+0)X_2 + (-1+\frac{3}{4})S_1 + (0+\frac{3}{4})S_2 + (0+0)S_3 = 4 + \frac{1}{2}$$

$$0X_1 + 0X_2 + \frac{3}{4}S_1 + \frac{3}{4}S_2 + 0S_3 \geqslant \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4}S_1 + \frac{3}{4}S_2 \geqslant \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4}S_1 - \frac{3}{4}S_2 \leq -\frac{1}{2}$$

ضفنا مجهول فاصل

$$-\frac{3}{4}S_1 - \frac{3}{4}S_2 + S_4 = \frac{-1}{2}$$

هذا السطر الذي نضيفه للجدول وهو الذي يوافق اصغر قيمة سالبة من السطر المختار

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	R.h
X_2	0	1	1/2	-1/2	0	0	3
X_1	1	0	-1/4	3/4	0	0	9/2
S_3	0	0	-1/4	-1/4	1	0	1/2
S_4	0	0	-3/4	-3/4	0	1	-1/2
$-F$	0	0	7/4	3/4	0	0	40 1/2
X_2	0	1	1	0	0	-2/3	3 1/3 $(3\frac{1}{3})$
X_1	1	0	-1	0	0	1	4
S_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	2/3
S_2	0	0	1	1	0	-4/3	2/3
$-F$	0	0	1	0	0	1	40

$$X_1 = 4 \ , \quad X_2 = 3\frac{1}{3}$$

نضع شرط كومري ونكمل مثل السابق :

$$-\frac{1}{3}S_4 \leq -\frac{1}{3}$$