

"The chief aim of all investigations of the external world should be to discover the rational order and harmony which has been imposed on it by God and which He revealed to us in the language of mathematics."

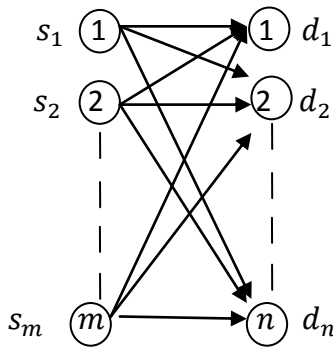
Johannes Kepler 1571 - 1630

مسألة النقل والإسناد والشحن

سنستعرض في هذه المحاضرة النماذج الأصلية لمسائل النقل والشحن والإسناد وبعض التعديلات التي يمكن ان تكون على الشروط المفروضة

مسألة النقل :

سنفترض في النموذج الأصلي لهذه المسألة نقل بضائع من m مصدر الى n وجهة وذلك بأقل كلفة ممكنة.



حيث:

s_i الكمية المتوفرة في المصدر i

d_j الكمية المطلوبة في الوجهة j

c_{ij} كلفة نقل الوحدة من المصدر i الى الوجهة j

النموذج الرياضي للمسألة ليكن x_{ij} الكمية المنقولة من المصدر i الى الوجهة j

دالة الهدف هي النقل بأقل كلفة وتعرف كما يلي

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + \dots + C_{1n}x_{1n} + C_{21}x_{21} + \dots + C_{2n}x_{2n} + \dots \dots + \\ &+ C_{m1}x_{m1} + \dots + C_{mn}x_{mn} \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij} \end{aligned}$$

شروط المسألة

و تدعى شروط المصدر $i = 1, \dots, m$ ، $x_{1i} + x_{2i} + \dots + x_{mi} \leq s_i$ S.t

وتدعى شروط الجهة $j = 1, \dots, n$ ، $x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = d_j$

شروط عدم السلبية $\mathbb{Z} \ni x_{ij} \geq 0$

Note: اذا كان شرط الطلبيات يجب أن تتحقق على الأقل فإن شرط الوجهات يصبح بالشكل

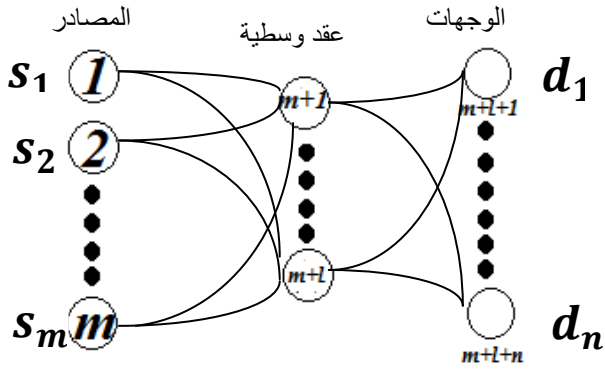
$$x_{1j} + \dots \dots x_{mj} \geq d_j$$

وفي حال لا يمكن نقل ابضائع من مصدر k الى وجهة l نضع $x_{kl} = 0$ او نحذف المتحول x_{kl} .

اذا أضيف شرط لا يمكن نقل بضائع أقل من مقدار معين t نضيف الشرط $x_{ij} \geq t$.

سنحل في المحاضرة القادمة ان شاء الله نموذج لمسائل النقل بطريقة معدلة للسيمبلكس

Note: يمكن حل مسائل النقل بطريقة السيمبلكس لكنها مكلفة جدا لأنها تحتاج الى $m \times n + n + m$ متحول و $m \times n$ شرط .



مسألة الشحن:

تناقش هذه المسألة نقل بضائع من مصدر m إلى n وجهة مع وجود عقد وسيطة تقوم هذه العقد بتوزيع البضائع على الوجهات.

حيث أن

s_i الكمية المتوفرة في المصدر i

d_j الكمية المطلوبة في الوجهة j

c_{ij} كلفة نقل المجدة الواحدة من العقدة i إلى الوجهة j .

النموذج الرياضي:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^{m+l} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=m+1}^{m+l} \sum_{j=m+l+1}^{m+l+n} c_{ij} x_{ij} \quad \text{دالة الهدف}$$

حيث أن x_{ij} هي الكمية المنقولة من المصدر i إلى الوجهة j

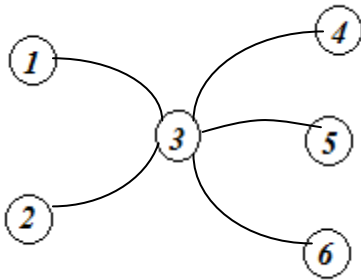
شروط المسألة:

$$\sum_j x_{ij} \leq s_i \quad ; i = 1, 2, \dots, m \quad \text{شروط المصدر:}$$

$$\sum_i x_{ij} = d_j \quad ; j = 1, 2, \dots, n \quad \text{شروط الوجهة:}$$

$$\sum_i x_{ik} = \sum_j x_{kj} \quad ; k = 1, \dots, l \quad \text{شروط العقد الوسيطة:}$$

Exa: ليكن البيان التالي أوجد شروط المصادر والعقد الوسيطة والوجهات.



في البيان المرافق الشروط هي:
شروط العقد

$$13 \leq S_1$$

$$x_{23} \leq S_2$$

شروط العقد الوسيطة:

$$x_{13} + x_{23} = x_{34} + x_{35} + x_{36}$$

شروط الوجهات

$$x_{34} = d_4 \quad \& \quad x_{35} = d_5 \quad \& \quad x_{36} = d_6$$

Exa: ليكن البيان التالي:

شروط الوجهات:

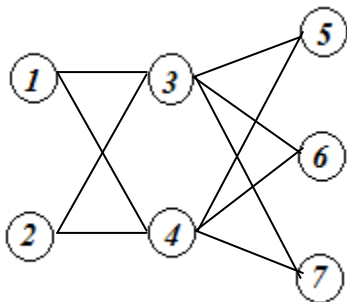
$$x_{13} + x_{14} \leq S_1$$

$$x_{23} + x_{24} \leq S_2$$

شروط العقد الوسيطة:

$$x_{13} + x_{23} = x_{35} + x_{36} + x_{37}$$

$$x_{14} + x_{24} = x_{45} + x_{46} + x_{47}$$



Note: شرط المصدر يعني أن مجموع ما يصدر من كميات من مركز ما i إلى جميع الوجهات أقل أو تساوي الكميات المتوفرة في المصدر i .

شروط الوجهات يعني أن مجموع ما يصدر من جميع المراكز لوجهة ما j يساوي الكمية المطلوبة تلك الوجهة j .

شروط العقد الوسيطة يعني أن جميع ما يصل لكل عقدة وسيطة يتم تصديره إلى العقد الوجهات. (تعمل العقد الوسيطة كمراكز توزيع فقط).

شرط الوجهات:

$$x_{37} + x_{47} = d_7 \quad \& \quad x_{36} + x_{36} = d_6 \quad \& \quad x_{35} + x_{45} = d_5$$

ويضاف الشرط $\mathbb{Z} \ni x_{ij} \geq 0$

مسألة الإسناد:

تقوم هذه المسألة بإسناد m وظيفة الى n شخص وذلك فأقل كلفة ممكنة حيث c_{ij} كلفة شغل الشخص i للوظيفة j .

النموذج الرياضي للمسألة

ليكن

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{الشخص } i \text{ لا يشغل الوظيفة } j \\ 0 & \text{الشخص } i \text{ لا يشغل الوظيفة } j \end{cases}$$

دالة الهدف:

$$\text{Min} Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij}x_{ij}$$

شروط المسألة:

يشترط في المألة ان يقوم الشخص بوظيفة واحد فقط على الأكثر (يجب أن يكون عدد الأشخاص أكبر من عدد الوظائف) وأن تنجز الوظيفة من قبل شخص واحد فقط.

$$\text{شروط الشخص } i: \quad x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{im} \leq 1$$

$$\text{شرط الوظيفة } j: \quad x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{nj} = 1$$

Note: في حال تم إضافة شروط كالتالي يتم إدراجها ضمن الشروط:

يجب أن تنجز الوظيفة k من قبل t شخص نضيف الشرط

$$x_{1k} + x_{2k} + \dots + x_{nk} = t$$

أن يقوم الشخص l بـ p وظيفة

$$x_{l1} + x_{l2} + \dots + x_{lm} = p$$

انتهت المحاضرة الثامنة

www.syriamath.com

