الأحداث العشوائية واحتمالاتها.

التجربة: هي كل عملية تؤدي إلى قياس أو ملاحظة. قياس: عدد
الملاحظة = وصف: مريض - غير مريض - ناجح - راسب.

التجربة العشوائية:
هي التجربة التي لا يمكن التنبؤ بنتيجتها مسبقاً
فضاء الأحداث الابتدائية «فضاء العينة»:
هو مجموعة كل النتائج الممكنة للتجربة ونرمز له بـ $\Omega$

مثال:
1. تجربة رمي قطعة نقود مرة واحدة: لدينا امكانيات:
H = صورة ، T = كتابة    $\Omega = \{H, T\}$
2. تجربة رمي قطعتين نقود مرتين:
$\Omega = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$
3. حجر نرد مرة واحدة:    $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
4. حجري نرد:
$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$
$, \ldots, (6,6)\}$
5. عدد رميات قطعة نقود حتى نحصل على صورة:
$\Omega = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

ملاحظة:
الأمثلة 1، 2، 3، 4 فضاء امكانياتها منتهٍ أما المثال 5 فضاء امكاناته غير منتهٍ سنركز هذا الفصل على التجارب التي لها فضاءات إمكانية منتهية.

الحدث الابتدائي:
هو مجموعة تتضمن نتيجة واحدة فقط للتجربة.
مثال: رمي حجر نرد مرة واحدة    $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
لدينا 6 أحداث ابتدائية    $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

الحدث العشوائي:
أي مجموعة جزئية من فضاء العينة تسمى حدثاً عشوائياً متعلقاً بالتجربة ونرمز لها بأحرف كبيرة $A, B, C, \ldots$

مثلاً: حجر نرد رمية واحدة: $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

أحداث متعلقة بهذه التجربة:

$A=\{1,2\}$ ، $B=\{2,4,6\}$ ، $\{5,6\}$ ، $\{1\}$

$\phi$ ، $\Omega$

ملاحظة:

لاحظ أن أي حدث عشوائي فرضاً يمكن تجزئته إلى مجموعة من الأحداث الابتدائية.

مثال:

في تجربة رمي حجر نرد مترن مرة واحدة: $A=\{1,2,3\}$

$A=\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\}$

وقوع حدث:

نقول عن حدث $A$ متعلق بتجربة فضاء امكانيتها أنه وقع اذا انتهت نتيجة التجربة إلى $A$.

اذا كان $\Omega=\{w_1,w_2,\dots,w_n\}$ و كان $A$ و $\Omega$ فإن $A$ يقع إذا وفقط اذا كانت نتيجة التجربة ولتكن $A \in w$.

مثال: تجربة الي حجر نرد مرة واحدة:

$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

ولتكن $A=\{1,2\}$ إذاً $A$ يقع اذا كانت نتيجة التجربة إما 1 أو 2.

الحدث الأكيد:

هي الحدث الذي يقع دائماً ($\Omega$) واضح أن نتيجة التجربة دائماً في عنصر من $\Omega$.

الحدث المستحيل:

هو الحدث الذي لايقع أبداً ($\phi$).

الحدث المتمم:

عندما لا يقع حدث $A$ فيقع حدث آخر يسمى حدث المتمم لـ $A$ ونرمز له بـ $\bar{A}$ حيث $\bar{A}=\Omega-A$

مثال: في تجربة الي حجر نرد مترن مرة واحدة.

$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$ ، $A=\{1,3\}$

فإذا كانت نتيجة التجربة 2 أو 4 أو 5 أو 6 فإن $A$ لا يتم ولكن يتم الحدث المتمم: $\bar{A}=\{2,4,5,6\}$

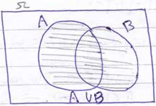
$\phi = \Omega$ , $\bar{\Omega} = \phi$

ملاحظة:

نلاحظ مما سبق أن ما ينطبق على المجموعات في عملية جبرية ينطبق على الأحداث العشوائية لذلك سنعرف ما يلي:

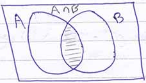
1- اتحاد حدثين: اتحاد حدثين $A$ و $B$ هو حدث يتم إذا وقع أحد الحدثين على الأقل ونرمز له بـ $A \cup B$

نتيجة التجربة تنتمي إلى $A$ أو إلى $B$ أو إلى كليهما معاً.




2- تقاطع حدثين: تقاطع حدثين $A$ و $B$ هو الحدث الذي يتم عندما يتم $A$ و $B$ معاً في آن واحد.

«نتيجة التجربة تنتمي إلى $A$ و $B$ معاً»




نتيجة: $A \cap B \subset A \cup B$

3- تقاطع عدة أحداث:

تقاطع $n$ من الأحداث $A_1, A_2, \ldots, A_n$ هو الحدث الذي يتم عندما تقع جميع الأحداث $A_1, A_2, \ldots, A_n$

نتيجة: التجربة تنتمي لجميع الأحداث $A_1, \ldots, A_n$

SUBJECT: / /

٤- فرق حدثين: الفرق بين حدثين $A$ و $B$ هو الحدث الذي يقع $A$ ولا يقع $B$ وتكون نتيجة التجربة تنتمي إلى $A$ ولا تنتمي إلى $B$.
نرمز للحدث الفرق بـ: $A-B$

٥- الحدثان المتنافيان:
هما الحدثان اللذان وقوع أحدهما ينفي وقوع الآخر
نتيجة التجربة تنتمي لأحدهما ولا تنتمي للآخر.
اذا كان $A$ و $B$ متنافيان فإن $A \cap B = \emptyset$
أي أن $A$ و $B$ متنافيان يكون وقوعهما معاً مستحيل.

٦- الحدث المتمم:
الحدث المتمم لـ $A$ هو الحدث $\bar{A}$ والذي يحقق

$$\bar{A} \cap A = \emptyset$$
$$\bar{A} \cup A = \Omega$$

ملاحظة:

اذا كان $\Omega = [w_1, w_2, \ldots, w_n]$ ان علم يحوي $n$ حدث ابتدائية
من الشكل $w_i$ حيث $i=1,2,\ldots,n$ دون الخلط بين العنصرين والحدث
$w_i$ تقول حدث ابتدائية.

مثال:
لتكن التجربة القاء قطعة نقود مرتين ولتكن:
$A$: الحدث الدال على ظهور صورة $(H)$ في الرمية الأولى.
$B$: الحدث الدال على ظهور كتابة $(T)$ في الرمية الثانية. والمطلوب:
أ- أكتب فضاء العينة والأحداث الابتدائية وعين $A$ و $B$
ب- عين كلاً من الأحداث التالية:

$$A \cup B,\ A \cap B,\ A-B,\ B-A,\ \bar{A}-\bar{B},\ \bar{A} \cup \bar{B},\ \bar{A} \cap \bar{B}$$

الحل:
أ): $H$ = صورة، $T$ = كتابة
فضاء العينة: $\Omega = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

$A = \{(H,H), (H,T)\}$
$B = \{(H,T), (T,T)\}$

SUBJECT: / /

$A \cup B = \{(H,H),(H,T),(T,T)\}$ :(ب

$A \cap B = \{(H,T)\}$

$A - B = \{(H,H)\}$

$B - A = \{(T,T)\}$

$\bar{A} = \{(T,H),(T,T)\}$

$\bar{B} = \{(T,H),(H,H)\}$

$\bar{A} \cup \bar{B} = \{(T,H),(T,T),(H,H)\}$

$\bar{A} \cap \bar{B} = \{(T,H)\}$