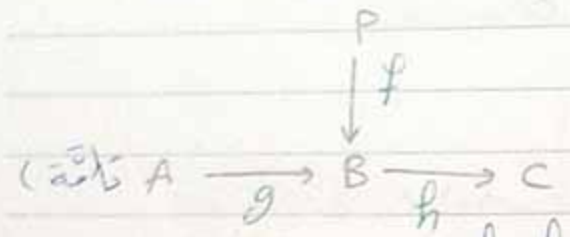


$\text{Im } g \subseteq \text{Im } f$ $\begin{matrix} A \xrightarrow{g} B \\ \downarrow f \\ C \end{matrix}$ $\text{ker } f \subseteq \text{ker } g$ $\begin{matrix} A \xrightarrow{g} B \\ \downarrow f \\ C \end{matrix}$

24/12/2013

الخاصة الثانية والعشرون

مبرهنة: إذا كان P مورداً إسقاطياً فإنه من أجل كل مخطط من المثلثات المورولية



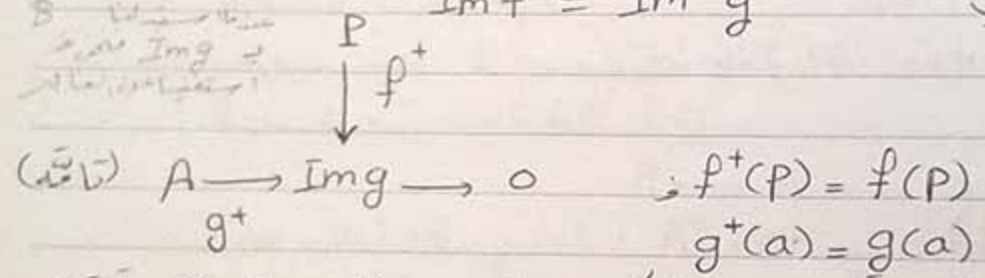
الذي سطره متتالية تامة وحققت: $hof = 0$ فإنه يوجد تماثل مورولي $v: P \rightarrow A$ يحقق

$$gov = f \quad \text{حيققت}$$

$$\begin{aligned}
 hof = 0 &\rightarrow \text{Im } f \subseteq \text{ker } h \\
 &\rightarrow \text{Im } g = \text{ker } h \\
 &\text{Im } f \subseteq \text{Im } g
 \end{aligned}$$

وبالتالي
لنأخذ المخطط

مخطط B متتالية $\text{Im } g$ مورولية



وكون P إسقاطي فإنه يوجد تماثل مورولي $v: P \rightarrow A$ تحقق $g^+ \circ v = f^+$

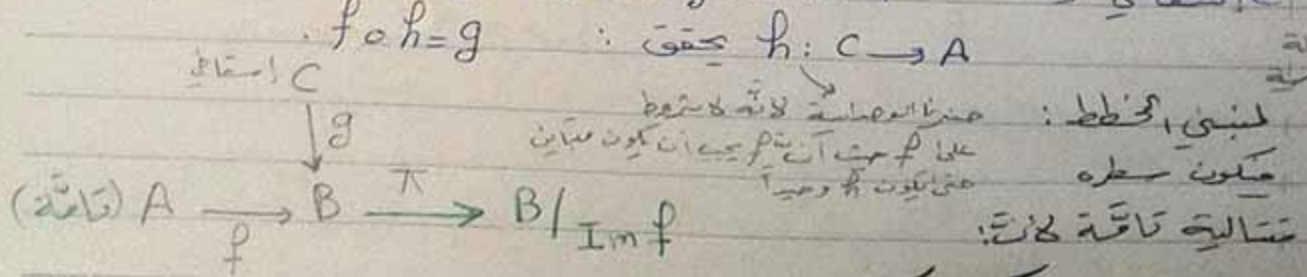
وبالتالي: أي $p \in P$ يكون:

$$gov(p) = g(v(p)) = g^+(v(p)) = f^+(p) = f(p)$$

إن $gov = f$

مادة تصنيف موروليات

تطبيق: إذا كان $f: A \rightarrow B, g: C \rightarrow B$ تماثلين مورولين وكان C إسقاطي و $\text{Im } g \subseteq \text{Im } f$ فإنه يوجد تماثل مورولي $h: C \rightarrow A$ يحقق $f \circ h = g$



حتى تكون التامة تامة يجب أن يكون $\text{ker } \pi = \text{Im } f$ $\text{ker } \pi = \text{Im } f$

$$\text{Im } f = \ker \pi$$

$$\forall c \in C \quad \pi \circ g(c) = \pi(g(c)) = 0$$

$$\text{Im } f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi \circ g = 0$$

تحقق شرط البرهان السابقة وبالتالي بالاعتماد على ما تم إثباته يوجد

تساؤل مورولي $h: C \rightarrow A$ يحقق:

$$f \circ h = g$$

وهو المطلوب

(المورولا) الأفقية:

تعريف: ليكن I مورولا على حلقة R ، نقول عن I أنه أفقي إذا كان من

أجل كل متسلسلة تامة:

$$0 \rightarrow A \rightarrow B$$

$$f^*: \text{Hom}(B, I) \rightarrow \text{Hom}(A, I)$$

يكون التساؤل عامراً.

مبرهنة: إذا كان I مورولا على حلقة R فإن القسيتين الآتيتين:

(1) I أفقي

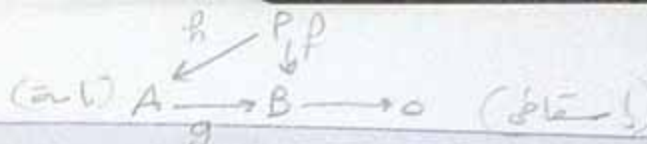
(2) من أجل كل مخطط من التساؤلات:

$$\begin{array}{ccc}
 & I & \\
 & \downarrow g & \nearrow h \\
 0 & \rightarrow A & \rightarrow B
 \end{array}$$

f

فإنه يوجد تساؤل مورولي $h: B \rightarrow I$ يحقق:

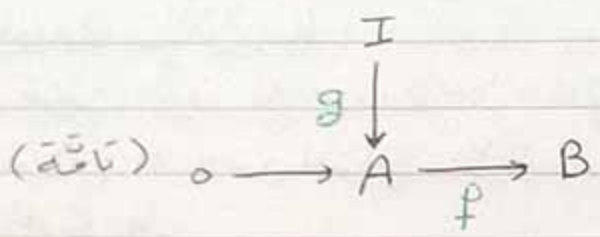
$$h \circ f = g$$



التشاكلات من الأعلى للأعلى (إسقاط) التشاكلات من الأعلى للأعلى (إسقاط)

الإثبات:

(1) \rightarrow (2): لنأخذ مخططاً من التشاكلات المعرولة:



مما نرى I أضعى فإنه من أجل المتتالية التامة $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B$ يكون
استقامة:

$$f^*: \text{Hom}(B, I) \rightarrow \text{Hom}(A, I)$$

غامراً

أياً كان $h \in \text{Hom}(B, I)$ يوجد $g \in \text{Hom}(A, I)$ فإنه يوجد $h \in \text{Hom}(B, I)$ بحيث
يكون $f^*(h) = g$
 $h \circ f = g$

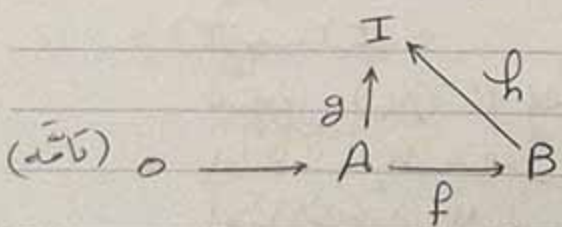
(1) \rightarrow (2): أيّاً كانت المتتالية تامة $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B$

ولنبرهن على أن الاستقامة:

$$f^*: \text{Hom}(B, I) \rightarrow \text{Hom}(A, I)$$

غامراً

أيّاً كان $g \in \text{Hom}(A, I)$ نتأخر المخطط:



بحسب الفرض يوجد تشاكل $h: B \rightarrow I$ يحقق:
 $h \circ f = g$

أي يوجد $h \in \text{Hom}(B, I)$ يحقق $f^*(h) = g$ وهذا
يستأنه f^* غامراً