المحاضرة الثانية عشر

2013-12-1

:*Remember*

طريقة السمبلكس تعطي حل أمثلي في البرامج الخطية وحل امثل محلي في البرامج غير الخطية لذلك لا نستخدمها في التوابع غير المحدبة.

البرامج الديناميكية

تعتبر البرمجة الديناميكية أعم من البرمجة الخطية لأنها يمكن أن تحل برامج خطية وبرامج غير خطية على عكس طريقة السمبلكس التي تمكن أن تحل البرامج الخطية فقط.

تعتمد على تجزئة المسالة الى مجموعة من المسائل الأصغر للوصول اى حل المسألة ككل.

وتكمن صعوبة البرمجة الدنياميكية في إيجاد النموذج الرياضي لكن بعد إيجاد النموذج الرياضي تصبح المسألة سهلة اي تعويض قيم فقط

الشكل العام لدالة الهدف في البرامج الديناميكية

$$f(n) = \max_{l\leq x\leq v}\{f(n-1) = g(x)\}$$

مسألة: تقوم شركة باستثمار حقل غاز لمدة ثلاث سنوات قيمة الغاز الابتدائية 6وحدات،الربح بالوحدة الواحدة هو 12،10،15 بالسنوات الاولى والثانية والثالثة على الترتيب(من اليسار الى اليمين)اذا كان حجم الغاز في بداية السنة tهو vفإنه يمكن استخراج v/2وحدة في هذه السنةوالغاز الذي يبقى في الحقل ينتقل الى المستثمر التالي بربح 5للوحدة الواحدة والمطلوب:

1. وضع النموذج الرياضي الديناميكي للمسألة لتحقيق أكبر ربح ممكن.
2. إيجاد الحل الأمثل.

الحل:

ليكن $F(t,v)$ الربح المستقبلي اذا كنا في بداية السنة t وكان حجم الغاز المتوافر في الحقل هوv
بما أن دالة الهدف تعبر عن ربح مستقبلي فإنه يحتاج لحساب ربح السنة الأولى مثلا يحتاج لحساب ربح السنة الثانية وهكذا لذلك ايجاد الربح للسنة الأولى يعتبر حل للمسألة.

نعرف دالة الهدف بالشكل

$$\boldsymbol{F(t,v) = \max_{0\leq x\leq v/2} p_t * x + F(t-1, v-x):}$$

حيث p_t ربح الوحدة الواحدة في السنة t
xحجم الغاز المستخرج في السنة tوهو يتراوح بين الصفر وv/2فرضا.
ويكون لدينا الربح في السة الرابعة هو الحالة الإبتدائية أي $F(4,v) = p_4 * x$
وحل المسالة يكون بحساب الربح الاعظم للسنة الأولى اي بحساب

$$\boldsymbol{F(1,6) = \max_{0\leq x\leq \frac{6}{2}=3} \{p_1 * x + F(2, v-x)\}}$$
$$\boldsymbol{= \max\{12*0 + F(2,6), 12*1 + F(2,5), 12*2 + F(2,4), 12*3 + F(2,3)\}}$$

الان نقوم بحساب كل من $F(2,6), F(2,5), F(2,4), F(2,3)$
مع العلم أن $p_1 = 12\,, p_2 = 10\,, p_3 = 15\,, p_4 = 5$ فرضا
و الحل البتدائي هو

$$F(4,6) = p_4 * 6 = 30\ , F(4,5) = 25\,, F(4,4) = 20\ ,\ F(4,3) = 15\ ,\ F(4,2) = 10,$$
$$F(4,1) = 5\,,\qquad F(4,0) = 0$$

نشكل الجدول التالي:

	$F(t,v)$		v
1.	$F(3,6)$	$= \max\limits_{0\le x\le 3}\{p_3*0+F(4,6), p_3*1+F(4,5), p_3*2+F(4,4), p_3*3+F(4,3)\}$ $= \max\{30, 15+25=40, 30+20=50, 45+15=60\}=60$	3
2.	$F(3,5)$	$= \max\limits_{0\le x\le 2}\{15*0+F(4,5), 15*1+F(4,4), 15*2+F(4,3)\}$ $= \max\{25\,, 15+20=35\,, 30+15=45\}=45$	2
3.	$F(3,4)$	$= \max\limits_{0\le x\le 2}\{15*0+F(4,4), 15*1+F(4,3), 15*2+F(4,2)\}$ $= \max\{20\,, 15+15=30\,, 30+10=40\}=40$	2
4.	$F(3,3)$	$= \max\limits_{0\le x\le 1}\{15*0+F(4,3), 15*1+F(4,3)\}$ $= \max\{15\,, 15+10=25\}=25$	1
5.	$F(3,2)$	$= \max\limits_{0\le x\le 1}\{15*0+F(4,2), 15*1+F(4,1)\}$ $= \max\{10\,, 15+5=20\}=20$	1
6.	$F(3,1)$	$= \max\limits_{0\le x\le 0}\{15*0+F(4,1)\}$ $= \max\{5\}=5$	0
7.	$F(3,0)$	$= \max\limits_{0\le x\le 0}\{15*0+F(4,0)\}$ $= \max\{0\}=0$	0
8.	$F(2,6)$	$= \max\limits_{0\le x\le 3}\{p_2*0+F(3,6), p_2*1+F(3,5), p_2*2+F(3,4), p_2*3+F(3,3)\}$ $= \max\{0+60\,, 10+45=55\,, 20+40=60\,, 30+25=55\}=60$	0&1
9.	$F(2,5)$	$= \max\limits_{0\le x\le 2}\{p_2*0+F(3,5), p_2*1+F(3,4), p_2*2+F(3,3)\}$ $= \max\{0+45\,, 10+40=50\,, 20+25=45\}=50$	1
10.	$F(2,4)$	$= \max\limits_{0\le x\le 2}\{p_2*0+F(3,4), p_2*1+F(3,3), p_2*2+F(3,2)\}$ $= \max\{0+40\,, 10+25=35\,, 20+20=40\}=40$	2
11.	$F(2,3)$	$= \max\limits_{0\le x\le 1}\{p_2*0+F(3,3), p_2*1+F(3,2)\}$ $= \max\{0+25\,, 10+20=30\}=30$	1
12.	$F(1,6)$	$= \max\{12*0+F(2,6), 12*1+F(2,5), 12*2+F(2,4), 12*3+F(2,3)\}$ $= \max\{0+60\,, 12+50\,, 24+40\,, 36+30=66\}=66$	3

من الجدول السابق نستنتج ان الربح الأعظمي هو(66 وحدة ما)في السنين الثلاث وهذا الحل يكون من
استخراج ثلاث وحدات في السنة الأولى(من السطر 12نجد ان اعظم قيمة هي عند استخراج ثلاث وحدات وهي قيمة v)
نلاحظ ان 66في السنة الأولى تأتي من $F(2,3)$ بالتالي نذهب الى السطر 11 ونجد ان الحل الأمثل يكون
استخراج وحدة واحدة في السنة الثانية(هي قيمة v)
ايضا الحل المثل في السنة الثانية هو من $F(3,2)$ نذهب الى السطر 5فنجد ان الحل الأمثل يكون
استخراج وحدة واحدة في السنة الثالثة
بالتالي يبقى وحدة واحدة في الحقل للمستثمر التالي بربح 5

E-mail: imran.shamia@gmail.com