Subject: 11 / 3 / 2014

«المحاضرة الثانية»

«تمرين»

- حدد نوع النقاط لكل من المعادلات التفاضلية التالية:

$\boxed{1}$ - $(3x-5)^5 \cdot y'' + (3x-5)^4 \cdot y' + (3x-5)^3 \cdot y = 0$

- نقسم على أمثال y'' ..

$$\Rightarrow y'' + \frac{1}{(3x-5)} y' + \frac{1}{(3x-5)^2} \cdot y = 0$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{1}{(3x-5)} \wedge q(x) = \frac{1}{(3x-5)^2}$$

- نلاحظ أن كل النقاط عادية ما عدا النقطة «$x_0 = \frac{5}{3}$» .. عندئذٍ:
لأجل هذه النقطة نجد:

$$P(x) = (x-x_0) \cdot p(x) = \left(x - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{1}{(3x-5)}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-5)}{(3x-5)} = \frac{1}{3}$$

$$Q(x) = (x-x_0)^2 \cdot q(x) = \left(x - \frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{(3x-5)^2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{(3x-5)^2}{(3x-5)^2} = \frac{1}{9}$$

⇐ الدالتان $P(x) \wedge Q(x)$ تحليليتان عند النقطة «$x_0 = \frac{5}{3}$»
⇐ $x_0 = \frac{5}{3}$ نقطة شاذة نظامية للمعادلة التفاضلية.

$\boxed{2}$ - $(2x^2-4x)^3 \cdot y'' + x(2x^2-4x) y' + (2x^2-4x) y = 0$

- نقسم على أمثال y'' ..

$$\Rightarrow y'' + \frac{x}{(2x^2-4x)^2} \cdot y' + \frac{1}{(2x^2-4x)^2} \cdot y = 0$$

- نحل المعادلة:

$$2x^2-4x = 2(x^2-2x) = 2x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

Subject:

*- نلاحظ أن كل النقاط ((من $\mathbb{R}$)) عادية ماعدا: (($x_0 = 0 \wedge x_0 = 2$)) ..

- من أجل (($x_0 = 0$)) ..

$$P(x) = (x - x_0) . p(x) = \frac{x^2}{4x^2(x-2)^2} = \frac{1}{4(x-2)^2}$$

$$Q(x) = (x - x_0)^2 . q(x) = \frac{x^2}{4x^2(x-2)^2} = \frac{1}{4(x-2)^2}$$

$\Leftarrow$ $P(x) \wedge Q(x)$ تحليليتان عند النقطة (($x_0 = 0$))

$\Leftarrow$ (($x_0 = 0$)) نقطة شاذة نظامية للمعادلة التفاضلية .

- من أجل (($x_0 = 2$)) ..

$$P(x) = (x - x_0) . p(x) = (x-2) . \frac{x^{\cancel{2}}}{4x^2(x-2)^2} = \frac{\cancel{x}1}{4x(x-2)}$$

$$Q(x) = (x - x_0)^2 . q(x) = (x-2)^2 . \frac{1}{4x^2(x-2)^2} = \frac{1}{4x^2}$$

$\Leftarrow$ $P(x)$ غير تحليلية عند النقطة (($x_0 = 2$)) $\wedge$ $Q(x)$ تحليلية عند النقطة (($x_0 = 2$)) $\Leftarrow$ (($x_0 = 2$)) نقطة شاذة غير نظامية ..

$\boxed{3}$ - $\sin x . y'' + 3\cos x . y' + \sin x . y = 0$

- نقسم على أمثال y'' ..

$$\Rightarrow y'' + 3 \frac{\cos x}{\sin x} . y' + y = 0$$

*- نلاحظ أن كل النقاط عادية ماعدا (($x_0 = \pi K$)) .. حيث أن : $K = 0, 1, \ldots$

عندئذٍ :

$$P(x) = (x - x_0) . p(x) = (x - \pi K) . \frac{3\cos x}{\sin x}$$

$$Q(x) = (x - x_0)^2 . q(x) = (x - \pi K)^2 .$$

$\Leftarrow$ « $x_0 = \pi K$ .. حيث : $K = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ .. »

نقاط شاذة نظامية للمعادلة التفاضلية ..

#

Alamal