

ان $m_1(x)$ و $m_2(x)$ لا تحتويان x
 وبالتالي $q_1(x) = q_2(x)$ وذلك لانها لها نفس الدرجة
 وكلتاهما حدوديات دامتية.

من البرهان السابق نتج ان الحدودية الاصفورية ذات الدرجة n
 اوتساوي درجة الحدودية المميزة كما ان الحدودية الاصفورية
 تتسم بالحدودية المميزة.

توبيخ ليكن $L: V \rightarrow V$ مؤثرا خطيا و A مصفوفة مايلتصفت
 لقاعدة مرتبة في V . نعرف بالحدودية الاصفورية للمؤثر مايلتصفت بالحدودية
 الاصفورية للمصفوفة A اي $q_L(x) = q_A(x)$

مثال: اوجد الحدودية الاصفورية للمؤثر الخطي $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $L(x, y, z) = (2x + y, y, x + 2z)$ ثم اكتب A^{-1} و A^6 بدلالة قوى
 A حيث A مصفوفة مايلتصفت للقاعدة المتبينية

الحل: نوجد الحدودية المميزة للمؤثر الخطي مايلتصفت للقاعدة
 $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ في \mathbb{R}^3

$$\left. \begin{aligned} L(e_1) &= (2, 0, 1) = 2e_1 + 0e_2 + 1e_3 \\ L(e_2) &= (0, 1, 0) = 0e_1 + 1e_2 + 0e_3 \\ L(e_3) &= (1, 0, 2) = 1e_1 + 0e_2 + 2e_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$P_L(A) = \det(xI - A) = \begin{vmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} x-2 & 0 & -1 \\ 0 & x-1 & 0 \\ -1 & 0 & x-2 \end{vmatrix} = +0 + (x-1) \begin{vmatrix} x-2 & -1 \\ -1 & x-2 \end{vmatrix}$$

$$= (x-1)(x^2 - 4x + 3) = (x-1)^2(x-3) = (x-1)(x-1)(x-3)$$

بما أن الحد وديته، لأهمية تقسيم الحد وديته، لميزة فيكون لها الشكل:

$$q_L(x) = (x-1)^{r_1} (x-3)^{r_2}$$

حيث $r_1 = 0$ أو 1 أو 2 و $r_2 = 0$ أو 1

من أجل $r_2 = 0$ نغير الخانات التالية $r_1 = 1 \Leftrightarrow (x-1)(x-3)$

$$\Rightarrow \lambda(A - \bar{1}I)(A - 3I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) = 0$$

$$q_L(x) = (x-1)(x-3)$$

$$0 = q_L(A) = (A - I)(A - 3I)$$

$$0 = A^2 - 4A + 3I \Rightarrow A^2 = 4A - 3I$$

نضرب الطرفين

بـ A^4

$$A^6 = 4A^5 - 3A^4$$

$$I = 1/3 (4A - A^2) \Rightarrow A^{-1} = 1/3 (4I - A)$$

تمرين: أوجد الحد وديته لأهمية للمؤثر الخطي $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$L(x, y, z) = (x+y-z, x-y+z, y+z-x)$$

تم أكتب A^8 بدلالة قوى A حيث A مصفوفة مؤثر

بالنسبة للقاعدة القانونية.

انتهت، كما ترون.