

30/3/2014

الجامعة العراقية

أصبر لهدية 1 لكن \mathcal{F} فئة و $X \in \text{ob}(\mathcal{F})$ عنده

$$h_x : \mathcal{F} \rightarrow \text{Sets}$$

$$\hat{h}_x : \mathcal{F} \rightarrow \text{Sets}$$

- 1 - وجود دالة عكس
- 2 - وجود دالة عكس مباشر

الإثبات:

$$h_x : \mathcal{F} \rightarrow \text{Sets}$$

1) لتدرس وجود الدالة

1 - إيجاد تطبيق الاستواء

$$h_x : \text{ob}(\mathcal{F}) \rightarrow \text{ob}(\text{Sets})$$

المعروف علاقة : بالمثل : $\forall A \in \text{ob}(\mathcal{F}) : h_x(A) = \mathcal{F}(X, A) \in \text{ob}(\text{Sets})$

$$A, B \in \text{ob}(\mathcal{F}) : A = B$$

ليكون

$$h_x(A) = \mathcal{F}(X, A) = \mathcal{F}(X, B) = h_x(B)$$

وبالتالي العلاقة h_x تطبيق
 ← هذه المساواة قائمة : لتبادلي مورفيزمين بحيث
 لا يتغير ما نفس المتطابق ومن المستقر

2 - إيجاد تطبيق المورفيزمات

$$h_x : \text{Mor}(\mathcal{F}) \rightarrow \text{Mor}(\text{Sets})$$

المعروف علاقة

$$u : A \rightarrow B$$

$$A, B \in \text{ob}(\mathcal{F})$$

ليكون

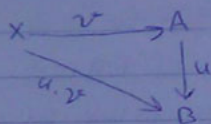
$$h_x(u) : h_x(A) \rightarrow h_x(B)$$

لتضع

$$\text{المعروف علاقة : } \mathcal{F}(X, A) \rightarrow \mathcal{F}(X, B)$$

\forall ولتبين على أنه $h_x(u)$ تطبيق

المعروف $h_x(u)$ بالمثل :



$$\forall v \in \mathcal{F}(X, A)$$

$$h_x(u)(v) = u.v \in \mathcal{F}(X, B)$$

لإثبات أنه $h_x(u)$ تطبيق

$$u_1, u_2 \in \mathcal{F}(A, B) : u_1 = u_2$$

ليكون

$$\forall v \in \mathcal{F}(X, A) : u_1.v = u_2.v$$

$$\hat{h}_x: \mathcal{F} \rightarrow \text{Sets}$$

2

$$\hat{h}_x: \text{ob}(\mathcal{F}) \rightarrow \text{ob}(\text{Sets})$$
$$\forall A \in \text{ob}(\mathcal{F}) : \hat{h}_x(A) = \mathcal{F}(A, X)$$

1- ايجاد تطبيق الاستدلال
للعنصر العنصر

$$A, B \in \text{ob}(\mathcal{F}) : A = B$$

و اذ كان

$$\mathcal{F}(A, X) = \mathcal{F}(B, X)$$

فان

$$\hat{h}_x(A) = \hat{h}_x(B)$$

2- تطبيق التمييز

$$A, B \in \text{ob}(\mathcal{F}) \text{ حيث } u: A \rightarrow B \text{ ليس$$

حورثية للقيمة \mathcal{F}

$$\hat{h}_x(u) = \hat{h}_x(B) \rightarrow \hat{h}_x(A)$$

ليس

$$\forall \varphi \in \mathcal{F}(B, X) : \mathcal{F}(B, X) \rightarrow \mathcal{F}(A, X)$$

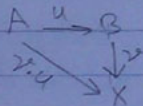
$$\forall \varphi_1, \varphi_2 \in \mathcal{F}(B, X) : \hat{h}_x(u)(\varphi_1) = \varphi_1 \cdot u$$

$$\varphi_1, \varphi_2 : B \rightarrow X \in \mathcal{F}(B, X) : \boxed{\varphi_1 = \varphi_2} \text{ ليس}$$

فيكون $\varphi_1 \cdot u = \varphi_2 \cdot u$

$$\hat{h}_x(u)(\varphi_1) = \hat{h}_x(u)(\varphi_2)$$

اذ العلاقة تطبيق



$$\forall A \in \text{ob}(\mathcal{F}) : I_A: A \rightarrow A$$

شروط التمييز

$$\hat{h}_x(I_A): \hat{h}_x(A) \rightarrow \hat{h}_x(A)$$

$$: \mathcal{F}(A, X) \rightarrow \mathcal{F}(A, X)$$

$$\forall \varphi \in \mathcal{F}(A, X) : \hat{h}_x(I_A)(\varphi) = \varphi \cdot I_A = \varphi$$

$$\Rightarrow \hat{h}_x(I_A) = I_{\hat{h}_x(A)}$$

المطلوب

المجال شرط اللاد : لكن
 $u: A \rightarrow B, v: B \rightarrow D$
 $A, B, D \in \text{ob}(f)$ حيث f موريفات الفئة
 $v \circ u: A \rightarrow D$

$$\hat{h}_x(v \circ u): \hat{h}_x(D) \rightarrow \hat{h}_x(A)$$

$$: f(D, X) \rightarrow f(A, X)$$

$\forall \alpha \in f(D, X): \hat{h}_x(v \circ u)(\alpha) = \alpha \cdot (v \circ u)$
 $\left. \begin{aligned} \hat{h}_y(v): \hat{h}_y(D) &\rightarrow \hat{h}_y(B) \\ \hat{f}(D, X) &\rightarrow f(B, X) \end{aligned} \right\} \overset{\text{ob}}{=} \hat{h}_y(u) \cdot (\alpha \cdot v)$
 $\hat{h}_y(v \circ u) = \alpha \cdot v$
 $\hat{h}_y(v \circ u) = \hat{h}_y(v) \cdot \hat{h}_y(u)$ ومنه نجد ان
 دالتك : \hat{h}_x دالي غير مباشر

ملاحظة لكن f و \mathbb{R} فئتين و $F: f \rightarrow \mathbb{R}$ دالي مباشر

عندئذ : 1- يوجد دالي غير مباشر $G: f^0 \rightarrow \mathbb{R}$

2- يوجد دالي غير مباشر $H: f \rightarrow \mathbb{R}^0$

حيث f^0, \mathbb{R}^0 هي الفئات المتشابهة للفئات f, \mathbb{R}

الإثبات -

بما ان $F: f \rightarrow \mathbb{R}$ دالي مباشر عندئذ

$$F: \text{ob}(f) \rightarrow \text{ob}(\mathbb{R})$$

تطبيق $\text{ob}(f) = \text{ob}(f^0) \Rightarrow F: \text{ob}(f^0) \rightarrow \text{ob}(\mathbb{R})$

سنميزه $G: \text{ob}(f^0) \rightarrow \text{ob}(\mathbb{R})$

هكذا تكون قد اصبحت تطبيق الانشاء

بما ان $F: f \rightarrow \mathbb{R}$ دالي مباشر عندئذ :

$$\forall u: A \rightarrow B; A, B \in \text{ob}(f)$$

$$F(u) = F(B) - F(A) \in \mathbb{R}(F(A), F(B))$$

$$F(B) - F(A)$$

$\forall \alpha \in \mathcal{F}^{\circ}(A, B) : \alpha : A \rightarrow B$ لكن

$$\forall \alpha \in \mathcal{F}^{\circ}(A, B) = \mathcal{F}(B, A)$$

$$F(\alpha) : F(B) \rightarrow F(A)$$

تسمى التضمين الثاني

$$G(\alpha) : G(B) \rightarrow G(A)$$

والتضمين الأول

فرضنا ان التضمين

$$\forall A \in \text{ob}(\mathcal{F}) : G(I_A) = F(I_A) = I_{F(A)} = I_{G(A)}$$

$u : A \rightarrow B, \alpha : B \rightarrow D \in \text{Mor}(\mathcal{F}^{\circ})$: تضمين جديد
 صور تضمين في الفئة \mathcal{F}°

$$\forall \alpha, u : A \rightarrow D$$

$$\forall \alpha, u \in \mathcal{F}^{\circ}(A, D) = \mathcal{F}(D, A)$$

تسمى التضمين الثاني لكن ظهر بشكل مبدئي في الفئة الاولى

$$G(\alpha, u) = F(u, \alpha) = F(u) \cdot F(\alpha) = G(u) \cdot G(\alpha)$$

وهذا يعني ان التضمين G يحفظه ..

2 وظيفة

انتهت المحاضرة