

7/4/2014

الماترياق

$$\forall X \in \text{ob}(f) \quad F: f \rightarrow \text{Sets}$$

$$\alpha: \text{Hom}(h_x, F) \rightarrow F(x)$$

تطبيقا

$$\alpha(f) = f(x)(I_x)$$

$$f: h_x \rightarrow F$$

$$\beta: F(x) \rightarrow \text{Hom}(h_x, F)$$

$$\beta(\gamma)(Y)(u) = F(u)(\gamma)$$

$$\forall \gamma \in F(x), \forall Y \in \text{ob}(f), \forall u: X \rightarrow Y$$

$$\dots \text{فكون } \beta(\gamma): h_x \rightarrow F$$

لرسمنا

$$\alpha \circ \beta = I_{F(x)}$$

$$\beta \circ \alpha = I_{\text{Hom}}$$

$$\forall \gamma \in F(x)$$

$$\beta(\gamma): h_x \rightarrow F$$

$$\forall Y: \beta(\gamma)(Y): f(x, Y) \rightarrow F(Y)$$

$$\text{و } Y \rightarrow Y' \in f(Y, Y')$$

دلتنا ان

$$h_x(Y) \xrightarrow{\beta(\gamma)(Y)} F(Y)$$

$$h_x(Y) \downarrow$$

$$h_x(Y') \xrightarrow{\beta(\gamma)(Y')} F(Y')$$

$$\downarrow F(Y)$$

$$F(Y')$$

ادنا التطور هو ابيات:

$$F(r_2) \cdot \beta(\gamma)(Y) = \beta(\gamma)(Y') \cdot h_x(r_2)$$

$$f(x, Y) \xrightarrow{\beta(\gamma)(Y)} F(Y)$$

$$h_x(r_2) \downarrow$$

$$f(x, Y') \xrightarrow{\beta(\gamma)(Y')} F(Y')$$

$$\downarrow F(r_2)$$

$$F(Y')$$

$$\forall M: X \rightarrow Y \in f(X, Y)$$

$$I_1 = (F(r_2) \cdot \beta(\gamma)(Y))(M) = F(r_2)(\beta(\gamma)(Y)(M))$$

$$= F(r_2)(F(M)(\gamma))$$

$$= F(r_2, M)(\gamma) \quad \text{فكون } F \text{ دالتا}$$

$$I_2 = (\beta(\gamma)(Y') \cdot h_x(r_2))(M) = \beta(\gamma)(Y')(h_x(r_2)(M))$$

$$= \beta(\gamma)(Y')(r_2, M)$$

$$= F(r_2, M)(\gamma) = I_1$$

$M \in \mathcal{F}(X, Y)$ and M is a linear map $I_1 = I_2$ and $I_1 = I_2$

$$F(\alpha) \cdot \beta(\gamma)(Y) = \beta(\gamma)(Y) \cdot f_{\gamma}(2)$$

and $\beta(\gamma) = \beta(\gamma)$ is linear

$$\alpha \cdot \beta = I_{F(X)}$$

$$\beta \cdot \alpha = I_{\text{Hom}(h_x, F)}$$

Let $\beta \in \text{Hom}(h_x, F)$

$$(\beta \cdot \alpha)(f) = \beta(\alpha(f))$$

$$\forall f \in F(X)$$

$\forall Y \in \text{ob}(I)$, $\beta(\alpha(f))(Y)$ is linear

$$\forall u \quad \beta(\alpha(f))(Y)(u) = F(u)(\alpha(f)) = F(u)(f(X)(I_x))$$

and $f: h_x \rightarrow F$ is linear

$$h_x(x) \xrightarrow{f(x)} F(x)$$

and $f(x) = f(Y) \cdot h_x(u)$

$$h_x(u) \downarrow \quad \downarrow F(u)$$

$$h(Y) \xrightarrow{f(Y)} F(Y)$$

$$F(u) \cdot f(x) = f(Y) \cdot h_x(u)$$

$$\beta(\alpha(f))(Y)(u) = (F(u) \cdot f(x))(I_x)$$

$$= (f(Y) \cdot h_x(u))(I_x) \quad \text{« isomorphism »}$$

$$= f(Y)(h_x(u))(I_x)$$

$$= f(Y)(u, I_x) \quad \text{« definition of } f \text{ »}$$

$$= f(Y)(u)$$

and that is linear map u and Y is linear

$$\beta \cdot \alpha = I \Rightarrow \beta \cdot \alpha = I_{\text{Hom}(h_x, F)}$$

Let $\beta \in F(X)$ and α is linear

$$\beta(\gamma): h_x \rightarrow F \quad \text{« Hom}(h_x, F) \text{ is linear}$$

$$= \beta(\gamma)(X)(I_x) \quad \text{« definition »}$$

$$= F(I_n)(\gamma) = I_{F(X)}(\gamma) = \gamma$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot \beta(\gamma) = \gamma \Rightarrow \alpha \cdot \beta = I_{F(X)}$$

الجداءات

تعريف الجداءات:

لكن في فئة \mathcal{I} توجد من الأدلة ، ولكن

نفسه $(A_i)_{i \in I}$ أسرة من استياء الفئة \mathcal{I}

نسمى التمايزة (A, u_i) حيث $A \in \text{ob}(\mathcal{I})$ و

$$u_i : (A \rightarrow A_i)_{i \in I} \in \text{Mor}(A, A_i)$$

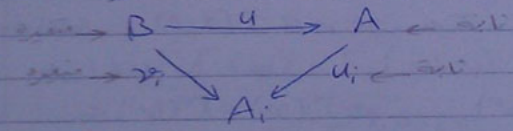
عبارة الأسرة $(A_i)_{i \in I}$ إذا تحققت:

$$(\gamma_i : B \rightarrow A_i)_{i \in I}$$

لا يوجد أي أسرة من المورفزمات

$$B \in \text{ob}(\mathcal{I}) \text{ حيث}$$

توجد مورفزم $u : B \rightarrow A$ يجعل المخطط التالي متبادلاً



أي تحققت: $\forall i \in I$

$$u_i \circ u = \gamma_i$$

ملاحظة:

لكن في فئة \mathcal{I} و $(A_i)_{i \in I}$ أسرة من استياء الفئة \mathcal{I} وانها $X \in \text{ob}(\mathcal{I})$

$$\prod_{i \in I} \mathcal{I}(X, A_i) \rightarrow \mathcal{I}(X, A)$$

للعبارة السيكاري للمجموعات

تعريف : لنكن f دالة من X الى $\coprod_{i \in I} A_i$ نسميها **دالة** $X \in \text{ob}(f)$

التركيبة الآتية متكافئة :

① الأسرة $(A_i)_{i \in I}$ تلك صادرة من (A, u)

② $X \in \text{ob}(f)$ يوجد تطبيق

$$\Gamma : f(X, A) \rightarrow \prod_{i \in I} f(X, A_i)$$

متباين دقاتر

البيان : (2 \Leftrightarrow 1)

لتفحص ان الثانية هي صادرة من (A, u_i)

$$\Gamma : f(X, A) \rightarrow \prod_{i \in I} f(X, A_i)$$

لتعرف :

$$X \xrightarrow{v} A \leftarrow \dots \leftarrow v \in f(X, A)$$

لنكن :

$$v_i \in I \text{ و } u_i \cdot v = X \rightarrow A_i$$

دالة f على

$$(u_i \cdot v)_i \in \prod_{i \in I} f(X, A_i)$$

$$\begin{array}{ccc} & & \\ u_i \swarrow & & \searrow u_i \\ & A_i & \end{array}$$

$$\Gamma(v) = (u_i \cdot v)_i \in \prod_{i \in I} f(X, A_i) \quad \Gamma : \text{دالة قائمة البرهان}$$

لنكن $v, v' \in f(X, A)$ حيث $v = v'$

يكون $v = v'$ و $u_i \cdot v = u_i \cdot v'$

$$(u_i \cdot v)_i \in \prod_{i \in I} f(X, A_i) \Rightarrow \Gamma(v) = \Gamma(v')$$

وهي Γ تطابق

البيان
ان
تطابق

$$\bar{\Gamma} : \prod_{i \in I} f(X, A_i) \rightarrow f(X, A)$$

لتعرف علاقة اخرى :

$$(w_i)_{i \in I} \in \prod_{i \in I} f(X, A_i)$$

بما ان A صادرة من (A, u_i)

فانه $w = (w_i)_{i \in I}$ يوجد مورفزم w

$$w : X \rightarrow A$$

يحول المخطط كالتالي

$$u_i \cdot w = w_i$$

يقصد

$$\Gamma^{-1}((w_i)_{i \in I}) = w \quad \text{لنضع}$$

(الاداءى في حالات Γ^{-1} كطبق w او w و w)

$$\left[\begin{array}{l} \Gamma \cdot \Gamma^{-1} = I_{\Pi f(x, A_i)} \\ \Gamma^{-1} \cdot \Gamma = I_{f(x, A)} \end{array} \right. \quad \text{لنضعه كذلك}$$

$$(w_i)_{i \in I} \in \Pi f(x, A_i) \quad \text{لنضع}$$

$$\begin{aligned} \Gamma \cdot \Gamma^{-1}((w_i)_{i \in I}) &: \Gamma(\Gamma^{-1}(w_i)) = \Gamma(w) \\ &= (u_i \cdot w)_{i \in I} \\ &= (w_i)_{i \in I} \end{aligned} \quad \text{عندئذ}$$

$$\Rightarrow \Gamma \cdot \Gamma^{-1} = I_{\Pi f(x, A_i)}$$

$$w \in f(x, A) \quad \text{لنضع}$$

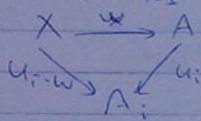
$$\Gamma^{-1} \cdot \Gamma(w) = \Gamma^{-1}((u_i \cdot w)_{i \in I})$$

عنا اننا لا نعرف (A_i) على شكل w هو (A, u_i) خانه يوجد عنصر w فيه

$$u_i \cdot w_0 = u_i \cdot w$$

$$(w = w_0 \text{ و } w \text{ و } w_0 \text{ و } w_0 \text{ و } w_0) \quad \text{لنضعه كذلك}$$

(وجود عنصر w و w_0)



$$\Gamma^{-1} \cdot \Gamma(w) = \Gamma^{-1}(u_i \cdot w) = w$$

$$\Rightarrow \Gamma^{-1} \cdot \Gamma = I_{f(x, A)}$$

...استدلنا ان $1 \in 2$

النتيجة