المحاضرة الثالثة

25/3/2014

شكل العطف النظامي Conjunctive Normal Form (CNF)

يمكن تحويل الصيغ صيغة التركيب إلى شكل العطف النظامي والتي تتألف من مجموعة عبارات أو قضايا يفصل بينها العطف (∧)

إذا كانت القضية العبارة الواحدة مكونة من أكثر قضية فيجب أن يكون بين هذه القضايا الفصل (∨) مثلاً:

$Q \wedge L \wedge K$ } شكل العطف النظامي

$((A \vee B \vee C) \wedge (D \vee F) \wedge K)$

خطوات تحويل صيغة إلى شكل العطف النظامي:

① حذف أشارات الاقتضاء وذلك بتحويل $(P \Rightarrow Q)$ إلى $(\neg P \vee Q)$

② استخدام قانوني دمورغان في حال وجود نفي:

$\neg(\neg P = P)$

$\neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$

$\neg(P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$

③ استخدام قوانين التوزيع والتجميع

تطبيق:

حول الصيغة التالية إلى صيغة العطف النظامي:

$\neg(P \Rightarrow Q) \vee (R \Rightarrow P)$

$\neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee P)$ 1- حذف الاقتضاء:

$(\neg(\neg P) \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee P)$ 2- حسب دمورغان

$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee P)$ التخلص من النفي

$(P \vee (\neg R \vee P)) \wedge (\neg Q \vee \neg R \vee P)$

تقنيات الحل باستخدام الاستدلال (طريقة البرهان)

سندرس كيفية استخدام لغة حساب القضيات في إيجاد حلول لبعض المسائل

1) قاعدة الحل (تقنية الحل) Resolution

إذا كانت لدينا صيغ موضوعة بشكل العطف النظامي وحُصلت درجة (كلية) في صيغة وتفيد في صيغة أخرى فإننا نستنتج صيغة جديدة حذف كل الذرات الأخرى الموجودة في الصيغتين بعد حذف الذرة (الكلية) وتفيها..

مثال: إذا كانت لدينا الصيغتين

- $P \vee Q \vee R \vee \neg L$
- $W \vee Z \vee R \vee L$

باستخدام تقنية الحل: صب كلا الصيغتين بصيغة العطف النظامي..

$P \vee Q \vee R \vee \neg L \qquad W \vee Z \vee R \vee L$

$P \vee Q \vee R \vee Z \vee W \vee R$

$\equiv P \vee Q \vee R \vee Z \vee W$

مثال آخر: إذا كانت لدينا الصيغتين التاليتين

- $P \Rightarrow Q$
- $R \vee P$

أثبت أن $Q \vee R$ باستخدام تقنية الحل

الحل: حول $P \Rightarrow Q$ إلى صيغة العطف النظامي

$\neg P \vee Q \qquad R \vee P$

$R \vee Q$

مثال آخر: إذا كانت لدينا الصيغتين

- $P \Rightarrow Q$
- $R \wedge P$

يكون لدينا الصيغ:

$\neg P \vee Q$

R

P

$\neg P \vee Q \qquad R \qquad P$

Q

مثال آخر: إذا كانت لدينا الصيغتين:

- $P \Rightarrow Q$
- $\neg Q \wedge P$

أثبت null باستخدام تقنية الحل.

$\neg P \vee Q$
$\neg Q$
P

$\neg P \vee Q$ ، $\neg Q$ ، P

$\neg P$

null

ملاحظة:

P ، $\neg P$

null

(2) الحل بالنقض

عند استخدام هذه الطريقة علينا اتباع خطوات:

1- نأخذ نفي الصيغة المطلوب برهانها ونضيفها إلى مجموعة العبارات الموجودة لدينا.

2- نحول كل الصيغ الموجودة إلى شكل العطف النظامي بما فيها نفي الصيغة المراد برهانها.

3- نطبق تقنية الحل إلى أن نصبح لدينا تناقض (null) وبالتالي تكون الصيغة المطلوب برهانها صحيحة.

مثال:

لتكن لدينا المعطيات التالية:

- $P \Rightarrow Q$
- $Q \Rightarrow R$
- $R \Rightarrow S$

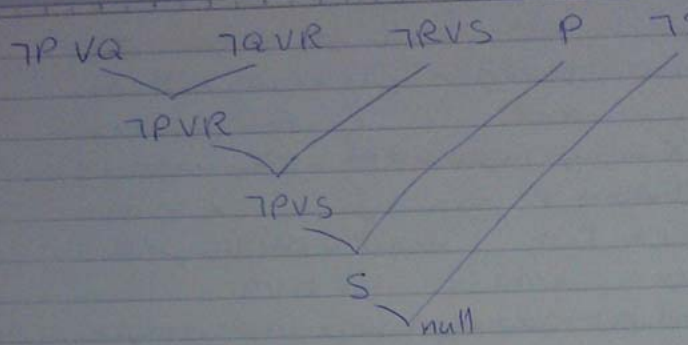
أثبت أن $P \Rightarrow S$ باستخدام الحل بالنقض

1. ننفي الصيغة المراد إثباتها $P \Rightarrow S$ لنصبح $\neg(P \Rightarrow S)$
2. نضيفها إلى مجموعة العبارات التي عندنا:

$P \Rightarrow Q$
$Q \Rightarrow R$
$R \rightarrow S$
$\neg(P \Rightarrow S)$

بالتحويل إلى صيغة العطف النظامي:

$\neg P \vee Q$
$\neg Q \vee R$
$\neg R \vee S$
$\neg(\neg P \vee S) \equiv P \wedge \neg S$



مثال آخر: لنكون لدينا العبارات التالية:

BAT-OK

¬Moves

BAT-OK ∧ LIFTABLE ⇒ Moves

(¬LIFTABLE أي) نريد أن نبرهن أن الجزء الأيمن على

LIFTABLE ≡ ¬(¬LIFTABLE): الخطوة الأولى: نقوم بنفي الطلب

نضيف إلى مجموعة العبارات:

LIFTABLE

BAT-OK

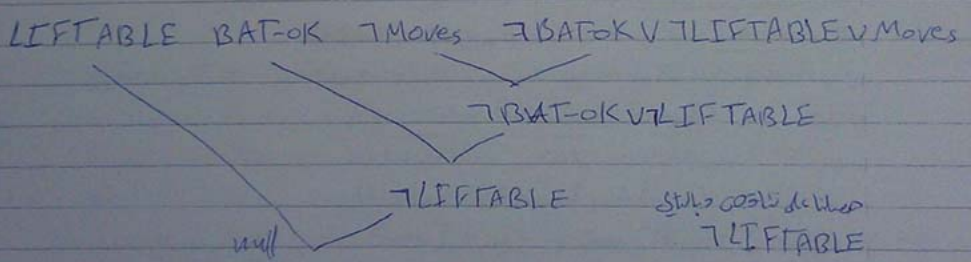
¬Moves

BAT-OK ∧ LIFTABLE ⇒ Moves

نحول الصيغة الأخيرة إلى شكل العطف العكسي

¬(BAT-OK ∧ LIFTABLE) ∨ Moves

¬BAT-OK ∨ ¬LIFTABLE ∨ Moves.



حصلنا على تناقض وبالتالي ¬LIFTABLE

مثال: في قطعة نقود فاذا ظهرت كتابة أنت تخسر
واذا ظهرت الصورة فانا أربح.. استخدم نفس الكل لإثبات أنا أربح دوماً..

رمز الصورة	Face
للكتابة	Title
أنا أربح	I-Win
أنت خاسر	You-lose

مجموعة العبارات ⇐
Title ⇒ You-lose
Face ⇒ I-win

الطلوب: Iwin.

نفي الطلوب I-Win ونضيفها لمجموعة العبارات، ثم نزل إلى صيغة العطف النفاي:

¬Title ∨ You-lose
¬Face ∨ I-win
¬I-win
Face
Title

¬Title ∨ You-lose ¬Face∨Iwin ¬I-win Face Title

¬Face

null

وهو المطلوب انتبه null دون استخدام كل العبارات.

انتهت المحاضرة..