التكاملات الجذرية

$$k_3=\int x^{-5}\left(1-x^4\right)^{1/4}dx$$

$$k_4=\int x^{-2}\left(1+x^3\right)^{-5/3}dx$$

$$\int x^m\left(ax^n+b\right)^p dx$$

$$I_1=\int \frac{(t^6)^{1/3}\,6t^5}{(t^6)^{2/3}-(t^6)^{1/2}}dt$$

$$dx=6t^5\,dt$$

ونكمل الحل.

$$I_3=\int f\left(\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p_1}{r_1}},\ldots,\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p_n}{r_n}}\right)dx$$

$$\sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}$$

$$J_1:\sqrt{ax^2+bx+c}\qquad :a>0$$

$$\left(\sqrt{ax^2+bx+c}\right)=\left(\sqrt{a}\,x+t\right)^2$$

$$ax^2+bx+c=ax^2+t^2+2t\sqrt{a}x$$

$t=\square$ ، $x=\square$ نوجد

$$J_2:\sqrt{ax^2+bx+c}\qquad :c>0$$

$$\sqrt{ax^2+bx+c}=\left(\sqrt{c}+xt\right)$$

$x=\square$ ، $t=\square$

التكاملات الجذرية

محاضرة بتاريخ

التكاملات الجذرية

أمثلة: التكاملات التالية:

$$I_1=\int \frac{x^{1/3}}{x^{2/3}-x^{1/2}}dx \qquad :x=t^5$$

المضاعف المشترك الأصغر: 5، 3، 2

$$I_2=\int \frac{1}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}-\sqrt{2x+1}}dx$$

$$:2x+1=t^6$$

$$I_3=\int f\left((ax+b)^{\frac{p_1}{r_1}},\ldots,(ax+p)^{\frac{p_n}{r_n}}\right)dx$$

$$J_1=\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+2x+4}}$$

$$J_2=\int \frac{(x+4)\,dx}{(4-2x-x^2)+2\sqrt{4+2x-x^2}}$$

$$J_3=\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+6x+5}}dx$$

$$\int f\left(x,\sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$$

$$k_1=\int x^{1/2}\left(x^{1/3}-3\right)^3 dx$$

$$k_2=\int x^{-\frac{1}{4}}\left(x^{1/2}+2\right)^{-2}dx$$

ALMUIB.net

$J_3)\ \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)}$

$J_3 = \frac{1}{2}\int \frac{2x+4+2-2}{\sqrt{x^2+6x+5}}\,dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+6}{\sqrt{x^2+6x+5}}\,dx - \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+9-9+5}}$

$= \sqrt{x^2+6x+5} - \int \frac{dx}{\sqrt{(x+3)^2+4}}$

$= \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{x+3}{2}\right)^2-1}} = \frac{1}{2}\int \frac{2\,dx}{\sqrt{t^2-1}}$

$= \ln\left|t+\sqrt{t^2-1}\right| + c$

$\therefore t = \frac{x+3}{2} \Rightarrow 2t = x+3$

$\Rightarrow dx = 2\,dt$

$= \ln\left|\frac{x+3}{2} + \sqrt{\left(\frac{x+3}{2}\right)^2-1}\right| + c$

ولتكامل بطريقة أول هو:

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \mp a^2}} = \ln\left|\frac{x+3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(x+3)^2-4}\right|$

$K_1 =$ نقول لتكامل ذات الشكل

$\int x^n (ax^n+b)^p\,dx$

إذا كان p عدد طبيعي نقول التكامل ذات الشكل.

K_2 - نفرض $x = t^4$ وهي المضاعف المشترك الأصغر للكسور، وهذه الحالة تطبق إذا كان p كسر

$x = t^4 \Rightarrow dx = 4t^3\,dt$

$K_2 = \int (t^4)^{-1/4}\left((t^4)^{1/2}+2\right)^{-2} 4t^3\,dt$

$= \int t^{-1}(t^2+2)^{-2} 4t^3\,dt$

$= 4\int t^2(t^2+2)^{-2}\,dt$

$= 4\int \frac{t^2+2-2}{(t^2+2)^2}\,dt = 4\int \frac{1}{t^2+2}\,dt$

$= 8\int \frac{dt}{(t^2+2)^2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\arctan\frac{t}{\sqrt{2}} = \int \underbrace{\frac{1}{(t^2+2)^2}\,dt}_{u}\,dx$

ونكمل بالجزئية