المحاضرة الرابعة 21/3/2014

1 مسألة مزيج المنتجات

ترغب شركة بتنظيم انتاجها لثلاثة أنواع من التمورات الطبيعية حيث أن ذلك يتطلب توفر اليد العاملة والمواد والتي المسؤول عن تنظيم كمية المعلومات التالية:

ما يخص انتاج الوحدة الواحدة	النوع A	النوع B	النوع C
ما يخص من اليد العاملة للوحدة الواحدة	7 x_1	3 x_2	6 x_3
مواد تستهلك للوحدة الواحدة بالكغ Kg	4 x_1	2 x_2	3 x_3
الربح	4	2	3

فإذا كانت المواد الخام محدودة بـ 200 كغ يومياً
وساعات العمل 150 ساعة عمل يومياً
المطلوب: صياغة نموذج رياضي خطي من خلاله نحدد الانتاج الموزع من الأنواع الثلاثة بحيث يكون الربح أعظمياً.

(الحل) x_1 ما تنتجه الشركة من النوع A
B - - - - x_2
C - - - - x_3

عندئذ الربح العائد للشركة يعطى بالعلاقة: $Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$

شرط اليد العاملة (ساعات العمل): $7x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 150$

شرط المواد: $4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 200$

شروط عدم السلبية $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

النموذج الرياضي :

أوجد $Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow Max$

ضمن الشروط :

$7x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 150$

$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 200$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

2 مسألة اختيار وسيلة الإعلام ..

ترغب شركة بتخطيط حملة اعلانية باستخدام ثلاث وسائل مختلفة هي التلفاز، الاذاعة، المجلات ..

وتهدف هذه الحملة للوصول الى أكبر عدد ممكن من الزبائن

وتعطى نتائج دراسة السوق في الجدول التالي :

	التلفاز		الاذاعة	المجلات
	خلال النهار	الوقت الرئيس		
كلفة الوحدة الاعلانية	40 000	75 000	30 000	15 000
عدد الزبائن المحتملين للوحدة الاعلانية	400 000	900 000	500 000	200 000
عدد الزبائن المحتملين من الإناث	300 000	400 000	200 000	100 000

نفرض أن الشركة تريد انفاق أكثر من 800 000 على الاعلان

و أنها ترتب عاليه : 1- الاقل عدد الإناث عن 2 000 000

2- أن تحدد كلفة الاعلان بالتلفاز 500 000

3- أن تشتري على الأقل 3 وحدات اعلانية بالتلفاز خلال النهار

ووحدتين اعلانيتين أثناء الوقت الرئيسي ..

4- أن تتراوح عدد الوحدات الاعلانية عبر الاذاعة والمجلات بين 5 و 10 وحدات لكل منها .. والمطلوب :

صياغة النموذج الرياضي الذي يخدم هدف الشركة .

أولاً: نفرض x_1 عدد الوحدات الإعلانية المشتراة في التلفاز أثناء النهار

نفرض x_2 " " " " " في الوقت الرئيسي

" x_3 " " " " في الإذاعة

" x_4 " " " " في المجلات

هدفنا: أكبر عدد زبائن ممكن.

$$Z = 400x_1 + 900x_2 + 500x_3 + 200x_4$$

الشروط التي حددتها الشركة: في التلفاز: $40x_1 + 75x_2 \leq 500$

عدد الإعلانات: $300x_1 + 400x_2 + 200x_3 + 100x_4 \geq 2000$

التلفاز بالوقت الرئيسي $x_1 \geq 3$

التلفاز خلال النهار $x_2 \geq 2$

بالنسبة للإذاعة: $5 \leq x_3 \leq 10$

" المجلات: $5 \leq x_4 \leq 10$

شروط التكلفة: $40x_1 + 75x_2 + 30x_3 + 15x_4 \leq 800$

النموذج الرياضي:

أوجد $Z = 400x_1 + 900x_2 + 500x_3 + 200x_4 \rightarrow Max$

ضمن الشروط:

$40x_1 + 75x_2 \leq 500$

$300x_1 + 400x_2 + 200x_3 + 100x_4 \geq 2000$

$40x_1 + 75x_2 + 30x_3 + 15x_4 \leq 800$

$x_1 \geq 3$

$x_2 \geq 2$ (الشروط عدم السلبية)

$5 \leq x_3 \leq 10$ موجودة ضمنا

$5 \leq x_4 \leq 10$ بالشروط السابقة)

SARMAGH STATIONERY

3 مسألة التدريب الصعبة :

تقوم شركة تصنيع آليات برنامج تدريب وهني للميكانيكيين ، حيث يستخدم الميكانيكيون المدربون في برنامج التدريب بنسبة [مدرس واحد لكل 10 متدربين]

ويستمر برنامج التدريب شهر واحد .

وقد وجد من التجارب السابقة أنه في كل 10 متدربين جدد يمكن [فقط] من إنهاء البرنامج بنجاح فيخرج المتدرب غير الناجح من البرنامج

ليستفاد أيضاً من الميكانيكين المتدربين في أعمال الخراطة .

وتقدر حاجة الشركة في الأشهر الثلاثة كانون الثاني ، شباط ، آذار : 100 ، 150 ، 200 على الترتيب ، إضافة إلى ذلك تحتاج الشركة إلى 250 ميكانيكي مدرب في شهر نيسان .

نفترض أن عدد الميكانيكين المدربين الموجودين بداية العام 130

تقدر تكاليف الأجور الشهرية كما يلي : كلفة كل مدرب 600 وحدة نقدية

كلفة كل ميكانيكي مدرب يعمل بالخراطة 700 وحدة نقدية

كلفة كل ميكانيكي متدرب وليس له عمل 500 وحدة نقدية

ذلك لأن عقد العمل يمنح للمتدرب الميكانيكي المدرب

المطلوب : صياغة نموذج رياضي للحصول على جدول لاستخدام الميكانيكين وتدريبهم بكلفة أصغرية حيث تحقق متطلبات الشركة .

الحل : نفترض x_1 عدد المدربين في بداية شهر كانون الثاني

x_2 عدد العاطلين عن العمل خلال كانون الثاني

x_3 عدد المدربين في بداية شهر شباط

x_4 عدد العاطلين خلال شهر شباط

x_5 عدد المدربين في بداية شهر آذار

x_6 عدد العاطلين عن العمل خلال شهر آذار

عدد المدربين خلال الأشهر الثلاثة : $10x_1 + 10x_3 + 10x_5$

التكلفة : $400(10x_1 + 10x_3 + 10x_5)$

عدد المدربين خلال الأشهر الثلاثة : $x_1 + x_3 + x_5$

التكلفة : $700(x_1 + x_3 + x_5)$

عدد العاطلين عن العمل خلال الأشهر الثلاثة : $x_2 + x_4 + x_6$

التكلفة : $500(x_2 + x_4 + x_6)$

SAMBAON STATIONERY

ميكون تابع التكلفة :

$$Z = 400(10x_1 + 10x_3 + 10x_5) + 700(x_1 + x_3 + x_5) + 500(x_2 + x_4 + x_6)$$

في بداية شهر كانون الثاني :

$$100 + x_1 + x_2 = 130$$

(100 مزارع، x_1 عاطلين، x_2 مدرسين)

$$\Rightarrow \boxed{x_1 + x_2 = 30} \quad (1)$$

في بداية شهر شباط :

$$150 + x_3 + x_4 = 130 + 7x_1$$

(150 مزارع، x_3 عاطلين، x_4 مدرسين)

الناتج عن المدرّبين في شهر كانون 1

$$\Rightarrow \boxed{7x_1 - x_3 - x_4 = 20} \quad (2)$$

في بداية شهر آذار :

$$200 + x_5 + x_6 = 130 + 7x_1 + 7x_3$$

$$\Rightarrow \boxed{7x_1 + 7x_3 - x_5 - x_6 = 70}$$

بالنسبة لشهر نيسان :

$$130 + 7x_1 + 7x_3 + 7x_5 = 250$$

$$\Rightarrow \boxed{7x_1 + 7x_3 + 7x_5 = 120}$$

النموذج الرياضي :

أوجد

$$Z = 400(10x_1 + 10x_3 + 10x_5) + 700(x_1 + x_3 + x_5) + 500(x_2 + x_4 + x_6) \longrightarrow Min$$

ضمن الشروط :

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$7x_1 - x_3 - x_4 = 20$$

$$7x_1 + 7x_3 - x_5 - x_6 = 70$$

$$7x_1 + 7x_3 + 7x_5 = 120$$

$$x_i \geq 0 \quad i = \overline{1,6}$$

نموذج وسائل النقل

في هذه المسائل يكون دائماً تابع الهدف من النوع Z أقل تكلفة أو أقل زمن

تتناول هذا النموذج مسألة إيجاد التوزيع المثالي لوسائل النقل كالحافلات والطائرات والسفن ... على الخطوط الفرضية حيث تلبي طلباتها بأقل تكلفة ممكنة وأقل زمن ممكن.

صيغة النموذج:

لنفرض أنه لدينا n نوع من وسائل النقل

وأن العدد المتوفر من النوع j هو N_j ،

مرتبة توزيع على m مخزناً مستقلاً.

حيث أن حجم الطلب على المخزن i يساوي A_i أو حاجة نقل

وطاقة (حمولة) النوع j على الخط i يساوي a_{ij} وحاجة نقل أو حاجة الزمن (بشكل) إذا وجد تفاوتها على ذلك الخط يساوي c_{ij} وحاجة تكلفة، ونوضح حاسبه بالجدول التالي:

الأنواع / الخطوط	1	2	...	j	...	n	مجموع الطلب
1	a_{11} c_{11} x_{11}	a_{12} c_{12} x_{12}	...	a_{1j} c_{1j} x_{1j}	...	a_{1n} c_{1n} x_{1n}	A_1
2	a_{21} c_{21} x_{21}	a_{22} c_{22} x_{22}	...	a_{2j} c_{2j} x_{2j}	...	a_{2n} c_{2n} x_{2n}	A_2
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
i	a_{i1} c_{i1} x_{i1}	a_{i2} c_{i2} x_{i2}	...	a_{ij} c_{ij} x_{ij}	...	a_{in} c_{in} x_{in}	A_i
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
m	a_{m1} c_{m1} x_{m1}	a_{m2} c_{m2} x_{m2}	...	a_{mj} c_{mj} x_{mj}	...	a_{mn} c_{mn} x_{mn}	A_m
عدد النوع	N_1	N_2	...	N_j	...	N_n	

SARRAGH STATIONERY

المطلوب : إيجاد النموذج الرياضي لهذه المسألة ، بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن ..

الحل :

نفرض x_{ij} عدد وسائل النقل التي تمشي من النوع i على الخط j ..

توضيح :
- a_{ij} (ركاب) عدد الركاب على كل وسيلة نقل
- c_{ij} (نقود) تكلفة الراكب الواحد من النوع i على الخط j
- x_{ij} (عدد) عدد وسائل النقل التي تمشي من النوع i على الخط j

تكلفة الخط الأول $\sum_{j=1}^{n} c_{1j} x_{1j}$ ، تكلفة الخط الثاني : $\sum_{j=1}^{n} c_{2j} x_{2j}$

... وهكذا ...

مجموع التكلفات السابقة (مجموع تكاليف كل خط) :

مجموع مجاميع

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

انتهت المحاضرة

SABBAGH STATIONERY