المحاضرة الثانية عشر

② الاتحاد

$$(RUS)(u,v) = \max\{R(u,v), S(u,v)\}$$

مثال: لتكن لدينا العلاقة الترجيحية تمثل أن x تعتبر أكبر من y

$$R: X \longrightarrow Y \longrightarrow [0,1]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}$$

لتكن S علاقة ترجيحية تمثل أن x أكبر من y $S: X \times Y \longrightarrow [0,1]$

$$S = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.9 & 0.6 \\ 0.9 & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 0 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix}$$

إيجاد $R \cap S$ يعني أن $y > x$ و x تترتب خلف y وتمثل مصفوفة بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.1 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}$$

إيجاد RUS يعني أن $y > x$ أو x تترتب خلف y

$$RUS(x,y) = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.9 & 0.7 \\ 0.9 & 0.8 & 0.5 & 0.7 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.7 \end{bmatrix}$$

التركيب

لتكن X ، Y ، Z ثلاث مجموعات كلاسيكية

و A, B علاقتين كلاسيكيتين معرفتين كالتالي:

$$A : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

$$B : Y \times Z \longrightarrow [0,1]$$

عندئذ نعرف تركيب العلاقتين A, B والمرمز له $A \circ B$ والذي كالتالي

$$A \circ B : X \times Z \longrightarrow [0,1]$$

حيث كل عنصر من $A \circ B$ يعرف إذا وه كالتالي:

$$\max [\min (a_{ik} , b_{kj})] \qquad \forall k \in |Y| \quad \forall i \in |X|$$

(مثال)

$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} , \quad S = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.9 & 0.3 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.9 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \max (\min(0.8, 0.6) , \min(0.1, 0) , \min(0.1, 0.9) , \min(0.7, 0.6))$$

$$= \max(0.6, 0, 0.1, 0.6) = 0.6$$

$$\vdots$$

$$R \circ S (X, Z) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0.5 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.7 & 0.9 & 0.7 \end{bmatrix}$$

الاستدلال الترجيحي

تعريف: بالنسبة للمنطوق الترجيحي ذات القواعد الترجيحية هي من الشكل التالي:

[IF x is A then y is B إذا كان x هو A فإن y هو B

حيث أن x هي A ، y هي B : قضايا ترجيحية

إذا علمت أن IF x is A then y is B

أو $X = A \Rightarrow y = B$ ، وإذا علمت أن $X = A'$ ، المطلوب استنتاج:

$A \approx A'$ $y = B$ /$B =$

حيث A, A' هي مجموعات ترجيحية معرفة على المجموعة الشاملة نسبياً

و B, B' " " " " " نفس المجموعة الشاملة نسبياً ولكن قد تكون

هذه المجموعات (B, B') معرفة على مجموعة شاملة مختلفة عن المجموعة الشاملة نسبياً لـ A, A'

ضرورة في حساب B' من B ، A' ، A ... تمثيلي

① حسب $A \Rightarrow B$ « إما أن تكون علاقة الاقتضاء موجودة في نص المسألة ، وإذا لم تكن موجودة حسبها تمثيلي:

$$\mu_R(x, y) = \min\left(\mu_A(x), \mu_B(y)\right)$$

② نقوم بتركيب A' مع $A \Rightarrow B$ فنحصل على B' أي

$$B' = A' \circ \underbrace{(A \Rightarrow B)}_{R}$$

مثال: نفرض أن:

$$A = \left\{ \frac{0.3}{x_1}, \frac{0.7}{x_2}, \frac{1.0}{x_3} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0.5}{y_1}, \frac{1.0}{y_2}, \frac{0.6}{y_3} \right\}$$

ولكن الحقيقة A' من الشكل:

$$A' = \left\{ \frac{1.0}{x_1}, \frac{0.6}{x_2}, \frac{0.3}{x_3} \right\}$$

المطلوب: استنتج B .

الحل: حسب أولاً: $R : A \Rightarrow B$ حيث علاقة الاقتضاء موجودة في المسألة

منحسبها حسب قانون Min .

$$A \Rightarrow B = \begin{array}{c} \mu_A(x) \backslash \mu_B(y) \\ 0.3 \\ 0.7 \\ 1.0 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0.5 & 1.0 & 0.6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & 1.0 & 0.6 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$B' = A' \circ (A \Rightarrow B) = \begin{bmatrix} 1.0, & 0.6, & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & 1.0 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$= [\max(0.3, 0.5, 0.3), \max(0.3, 0.6, 0.6), \max(0.3, 0.6, 0.3)]$$

$$= [0.5, 0.6, 0.6]$$

$$\Rightarrow B' = \left\{ \frac{0.5}{y_1}, \frac{0.6}{y_2}, \frac{0.6}{y_3} \right\}$$

مثال آخر: نفس التمرين علماً أن علاقة الاقتضاء $A \Rightarrow B$ معرفة بالشكل التالي

$$T(x,y) = \min(1, 1-x+y)$$

أوجد B' ..

الحل: نقوم بحساب $A \Rightarrow B$:

$$A \Rightarrow B = \begin{array}{c} \mu_A(x) \backslash \mu_B(y) \\ 0.3 \\ 0.7 \\ 1.0 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0.5 & 1.0 & 0.6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.5 & 1 & 0.6 \end{bmatrix} \end{array}$$

$\min(1, 1-0.3+0.6)$

$\min(1, 1.3) = 1$

$$B' = [1.0, 0.6, 0.3] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.5 & 1 & 0.6 \end{bmatrix} = [1, 1, 1]$$

$$\Rightarrow B' = \left\{ \frac{1}{y_1}, \frac{1}{y_2}, \frac{1}{y_3} \right\}$$

تمرين

إذا كانت لدينا القاعدة التالية: « إذا كانت درجة الحرارة طبيعية، فإن سرعة الرياح تكون متوسطة »

حيث:

X = درجة الحرارة $= \{25, 30, 35, 40, 45\}$

A = طبيعية $= \left\{\frac{0}{25}, \frac{0.5}{30}, \frac{1}{35}, \frac{0.5}{40}, \frac{0}{45}\right\}$

Y = سرعة الرياح $= \{10, 20, 30, 40, 50\}$

B = متوسطة $= \left\{\frac{0}{10}, \frac{0.6}{20}, \frac{1}{30}, \frac{0.6}{40}, \frac{0}{50}\right\}$

ولكن لدينا الحقيقة A': [من خلال خبير سألناه عن درجة الحرارة وجدنا أنها 30 بنسبة 0.5]

$$A' = \left\{\frac{0}{25}, \frac{0.5}{30}, \frac{0}{35}, \frac{0}{40}, \frac{0}{45}\right\}$$

احسب B' الناتجة عن A' .

من خلال الاستدلال التقريبي ..

الحل: بما أن الاستدلال غير محدد في نص المسألة فنحسب من خلال $\mu_R(x,y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$

$A \Rightarrow B =$

	0	0.6	1	0.6	0
0	0	0	0	0	0
0.5	0	0.5	0.5	0.5	0
1	0	0.6	1	0.6	0
0.5	0	0.5	0.5	0.5	0
0	0	0	0	0	0

ثانياً حتى نحسب $B' = A' \circ R$

$$B' = [0, 0.5, 0, 0, 0] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0, 0.5, 0.5, 0.5, 0]$$

$$B' = \left\{\frac{0}{10}, \frac{0.5}{20}, \frac{0.5}{30}, \frac{0.5}{40}, \frac{0}{50}\right\}$$

إذا كانت درجة الرؤية 30 بدرجة انتماء 0.5 فإن إمكانية أن تكون سرعة الرياح
10 هي 0
وإمكانية أن تكون سرعة الرياح 20 هي 0.5
" " " " 30 هي 0.5
" " " " 40 هي 0.5
" " " " 50 هي 0

فك الترجيح: هي عملية استنتاج قيمة دقيقة واحدة من قيمة ترجيحية،
توجد عدة طرق لفك الترجيح من أهمها:
طريقة منتصف المنطقة وحل المثل ...

سنوضح هذه الطريقة من خلال المثال السابق،
بالعودة للمثال السابق وجدنا أن B': $B' = \{ \frac{0}{10}, \frac{0.5}{20}, \frac{0.5}{30}, \frac{0.5}{40}, \frac{0}{50} \}$
وبتحديد سرعة الرياح التي على الأعلى
ستشير الرياح بها سيتجه درجة الرؤية 30 بنسبة 0.5 والتي خرائطها
بالمجموعة الترجيحية A' ، وذلك استناداً الترجيحي..

$$Y = \frac{\sum y \mu_A(y)}{\sum \mu_A(y)} = \frac{0 \times 10 + 0.5 \times 20 + 0.5 \times 30 + 0.5 \times 40 + 0 \times 50}{0 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0}$$

$$= \frac{10 + 15 + 20}{1.5} = 30$$

أي أن السرعة الأكثر إمكانية في سير الرياح هي 30 km/h

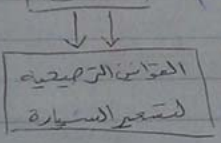
ملاحظة: عندما تكون المجموعة الترجيحية صغيرة فإننا سنستبدل المجموع بالتكامل
على حدود المنطقة التي سنشغلها تابع العضوية..

مثال تفصيلي للنظام الترجيحي

سنقوم بتفصيل نظام ترجيحي بياعدنا لتربح مبلغ معين من السيارات حسب عمر السيارة، والمسافة التي قطعتها منذ تاريخ الصنع، وبالتالي سيكون لدينا متغيران في النظام هما: العمر والمسافة المقطوعة، ومخرج واحد هو سعر السيارة

يبين الشكل التالي: النموذج العام للنظام الترجيحي

- عمر السيارة لغوياً: (حديثة، حديثة جداً، جديدة ...)
- المسافة المقطوعة لغوياً: (قليلة، كثيرة، ...)



- سعر السيارة لغوياً: (باهظ، متوسط، رخيص ...)

مثلاً: إذا كانت السيارة جديدة والمسافة قليلة فالسعر باهظ..

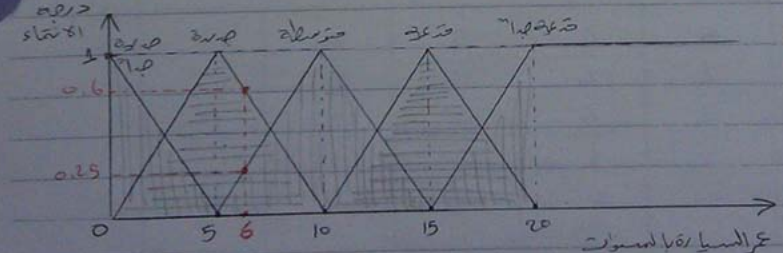
← سعر السيارة عددياً..

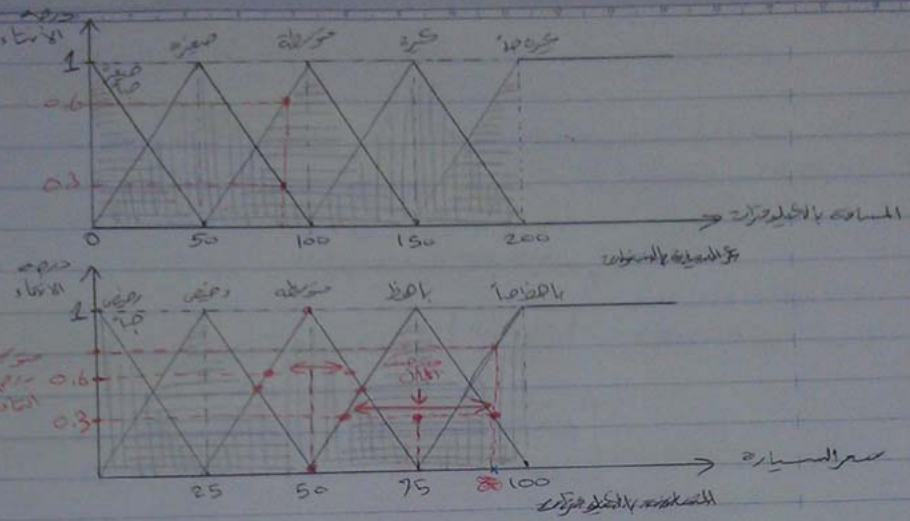
الخطوة الأولى: نقوم ببناء مجموعة ترجيحية لكل من عمر السيارة والمسافة المقطوعة وسعر السيارة

{حديثة جداً، حديثة، متوسطة، جديدة، جديدة جداً} = عمر السيارة

{كثيرة جداً، كثيرة، متوسطة، صغيرة، صغيرة جداً} = المسافة المقطوعة

{باهظ جداً، باهظ، متوسط، رخيص، رخيص جداً} = السعر





الخطوة الثانية :

وضع قوانين ترجيحية حيث يمكن وضع عدد كبير من القوانين مثلاً : إذا كانت السيارة جديدة جداً والمسافة المقطوعة صغيرة جداً يعطى السعر باهظ جداً .

إذا كانت المسافة المقطوعة كبيرة جداً بعض النظر عن عمر السيارة فالسعر رخيص جداً .

المسافة / العمر	صغيرة جداً	صغيرة	متوسطة	كبيرة	كبيرة جداً
جديدة جداً	5	4	3	2	1
جديدة	4	4	3	2	1
متوسطة	4	3	3	2	1
عتيقة	3	2	2	1	1
عتيقة جداً	2	2	1	1	1

(الجدول يعني السعر)

الخطوة الثالثة: اختبار النظام:

تمت اختبار النظام وذلك بالاطلاع على مدى تجاوبه مع اتجاهات الفرار،

نفترض أننا نود تسعير سيارة عمرها 6 سنوات وقطعت مسافة 80.000 km،

بعد أن ترجيح هذه القيم.

- المجموعة الترجيحية المقابلة للمتغير: { 0 (جديدة جدا)، 0 (جديدة)، 0.35 (متوسطة)، 0.6 (قديمة)، 0 (قديمة جدا) }
(من الخط الأول)

- المجموعة الترجيحية المقابلة للمسافة 80 هي { 0 (جديدة جدا)، 0 (جديدة)، 0.6 (متوسطة)، 0.3 (قديمة)، 0 (قديمة جدا) }
(من الخط الثالث)

وبالتالي من خلال الجدول نتبين لنا بأن إذا كانت السيارة جديدة والمسافة المقطوعة صغيرة فالسعر يا هذا..

وإذا كانت السيارة متوسطة والمسافة المقطوعة صغيرة فالسعر متوسط

" " جديدة " " متوسطة " متوسط

" " متوسطة " " متوسطة " متوسط

انتهت المحاضرة