

مبدأ بترج الحمام (Pigeonhole principle) أو مبدأ ديريكييه تمهيد:

عند توزيع 11 كرة على 10 صناديق فإن صندوقاً واحداً على الأقل سيحتوي كرتين على الأقل.

عند توزيع 21 كرة على 10 صناديق فإن صندوقاً واحداً على الأقل سيحتوي 3 كرات على الأقل.

عند توزيع  $10k+1$  كرة على 10 صناديق فإن صندوقاً واحداً على الأقل سيحتوي  $k+1$  كرة.

عند توزيع  $nk+1$  كرة على  $n$  صندوق فإن صندوقاً واحداً على الأقل سيحتوي  $k+1$  كرة.

عند توزيع  $m$  كرة على  $n$  صندوق فإن صندوقاً واحداً على الأقل سيحتوي  $\lceil \frac{m}{n} \rceil$  كرة على الأقل حيث  $\lceil \frac{m}{n} \rceil$  هو أصغر عدد صحيح أكبر أو يساوي  $\frac{m}{n}$ .

من أجل  $k$  تابع  $[10] \rightarrow [21]$  يوجد عنصر على الأقل في  $k$  مستقر يصله 3 أسلح على الأقل.

من أجل  $k$  تابع  $[n] \rightarrow [m]$  يوجد عنصر على الأقل في  $k$  مستقر يصله  $\lceil \frac{m}{n} \rceil$  أسلح على الأقل.

تطبيق (1): من أجل أي ثلاثة عشر شخصاً يوجد شخصان على الأقل مولودان في نفس الشهر.

لأنه لو فرضنا 12 صندوق مرتبين من 1 إلى 12 ثم ولفنا أي شخص في الصندوق رقم  $n$  في حال كان مولوداً بالشهر رقم  $n$  وبالتالي عند توزيع 13 شخص في 12 صندوق فإن شخصان على الأقل سيكونان في نفس الصندوق وبالتالي سيكونان مولودين في نفس الشهر.

تطبيق (2): إذا كان لدينا منزل مكون من ثلاث غرف ويسكنه 16 شخصاً عندئذ فإنه سينام في غرفة واحدة على الأقل 6 أشخاص.





الحل: كل عدد طبيعي  $n \in \mathbb{N}$  يكتب بشكل فريد كما يلي:

$$a \text{ فردي} \quad n = 2^k \times a \quad 0 \leq k$$

لنأخذ جميع الأعداد الفردية من المجموعة [200] وهي:

$$\{1, 3, 5, \dots, 199\}$$

$$\downarrow$$

رقم 100

وبالتالي من أجل كل  $n = 2^k \times a$  من المجموعة 200 فإن  $a$  له

100 إمكانية فقط.

لكن عناصر  $B$  هي:

$$2^{k_1} \cdot a_1, 2^{k_2} \cdot a_2, \dots, 2^{k_{101}} \cdot a_{101}$$

لكن:

$$a_1, \dots, a_{101} \in \{1, 3, 5, \dots, 101\}$$

والتي عدد عناصرها 100 عنصر وبالتالي يوجد

$$i \neq j \in [101] \text{ حيث } a_j = a_i \text{ وبالتالي}$$

$$\exists n_i = 2^{k_i} \cdot a_i \in B$$

$$n_j = 2^{k_j} \cdot a_j \in B$$

$$n_j \mid n_i$$

$$\leftarrow 2^{k_j} \mid 2^{k_i}$$

$$\leftarrow k_j < k_i$$

إما

$$n_i \mid n_j$$

$$\leftarrow 2^{k_i} \mid 2^{k_j}$$

$$\leftarrow k_i \leq k_j$$

أو

تمرين (وظيفة): يريد مدير مدرسة تنظيم بطولة للشطرنج من الشروط التالية:

(1) (3) مرة البطولة 11 أسبوع = 77 يوم.

(2) كل يوم تقام مباراة واحدة على الأقل.

(3) كل أسبوع توجد 12 مباراة على الأكثر.

أثبت أنه توجد يوماً أيام متعاقبة بحري فيها 21 مباراة تماماً.

انتهت المحاضرة الثالثة عند

