1)

المحاضرة الرابعة عشرة

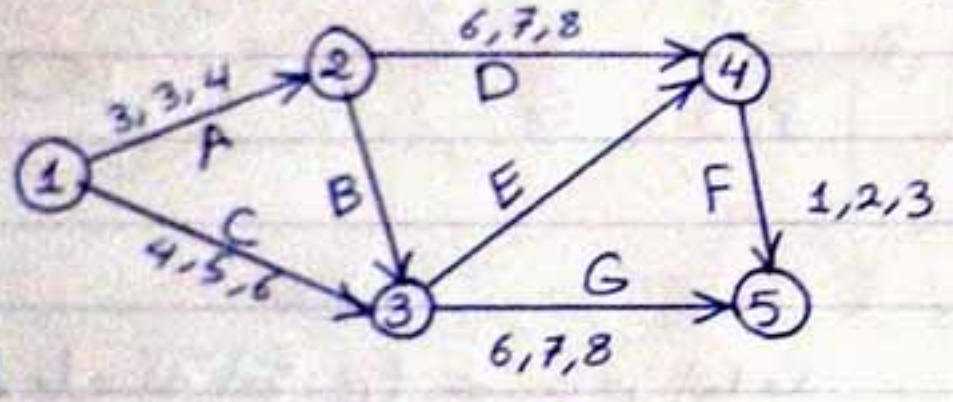
ملاحظات:

- أبكر وقت وآخر وقت لحدث البداية متساويان ويساويان الصفر.
- أبكر وقت وآخر وقت لحدث النهاية متساويان.
- المسار الحرج يمر بالأحداث التي يكون فيها وقت التعطيل يساوي الصفر.
- وقت التعطيل رمزه (S) ويساوي الفرق بين آخر وقت وأبكر وقت أي:

$$S = L.T - E.T$$

مثال: ليكن لدينا البيان، ممثل بالشكل:

والمطلوب: تنفيذ نظرية بيرت (PERT):

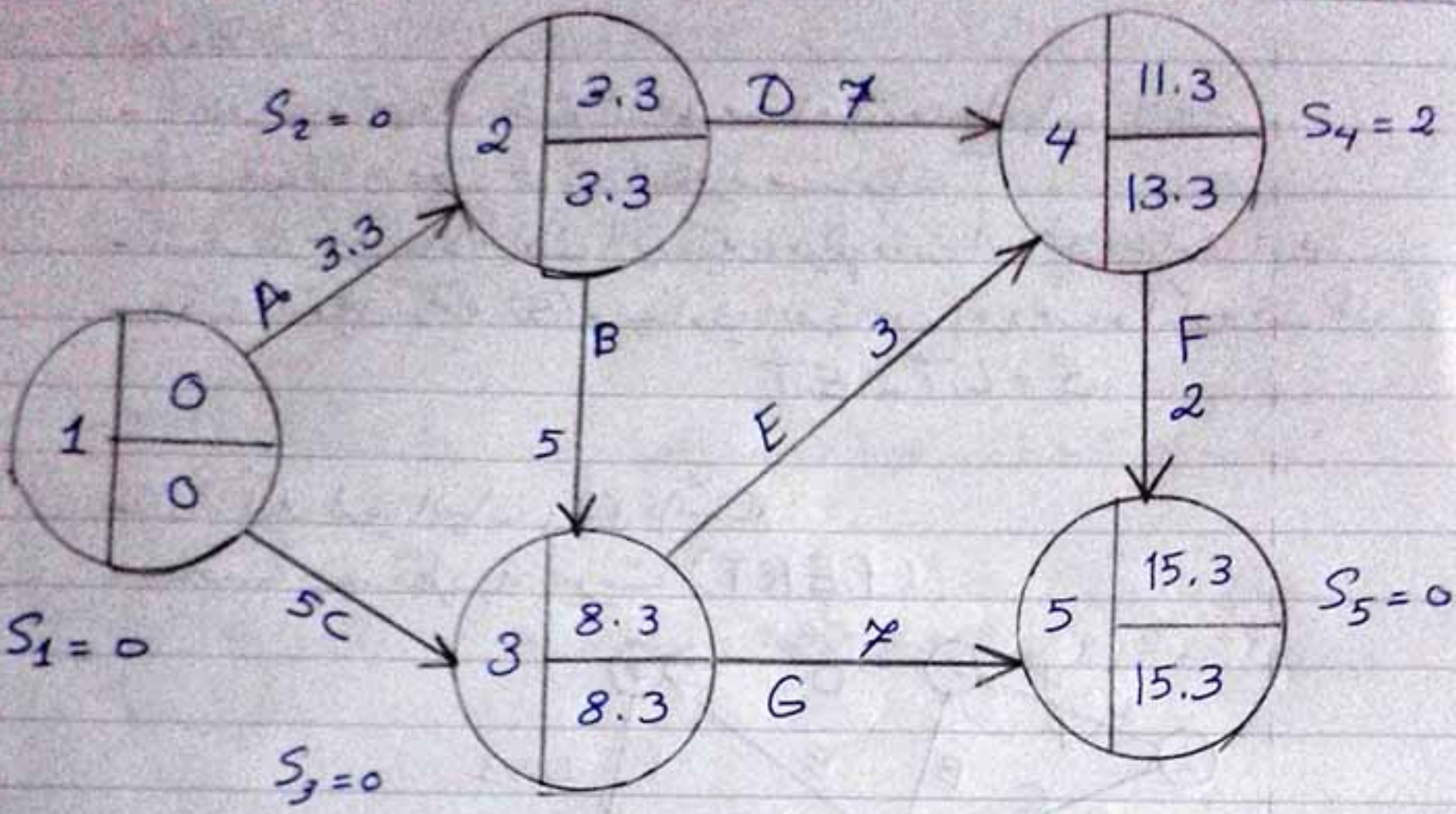


الحل:

إن البيان السابق يمثل بالجدول التالي:

Activity	Events	O.T	M.L.T	P.T	te
A	1 → 2	3	3	4	3.3
B	2 → 3	5	5	5	5
C	1 → 3	4	5	6	5
D	2 → 4	6	7	8	7
E	3 → 4	2	3	4	3
F	4 → 5	1	2	3	2
G	3 → 5	0	7	8	7

ويمثل الجدول السابق وفق نظرية بيرت (PERT) كما يلي:



مع ملاحظة أنّ: te يحسب من العلاقة:

$$te = \frac{O.T + 4M.L.T + P.T}{6}$$

المسار الحرج: «critical path» هو:

$Cp =$ ① $\xrightarrow{3.3}$ ② $\xrightarrow{5}$ ③ $\xrightarrow{7}$ ⑤

«يمر في الأحداث التي وقت تعطيلها = 0»

ويتم الحساب كما يلي: «حساب أبكر وقت لأي حساب E.T»:

- الحدث رقم (1): «حدث البداية»:

أبكر وقت = آخر وقت = 0

وقت التعطيل $S_1 = 0$.

- الحدث رقم (2):

$E.T_2 = max\{E.T_1 + d_{12}\} = max\{0, 3.3\} = 3.3$

الحدث رقم (3):

$E.T_3 = max\{E.T_1 + d_{13}, ET_2 + d_{23}\} = max\{0+5, 3.3+5\} = 8.3$

الحدث رقم (4):

$E.T_4 = max\{ET_2 + d_{24}, ET_3 + d_{34}\} = max\{3.3+7, 8.3+3\} = 11.3$

الحدث رقم (5) «صدث النهاية»

$E.T_5 = max\{E.T_3 + d_{35}, ET_4 + d_{45}\} = max\{8.3+7, 11.3+2\} = 15.3$

آخر وقت = أبكر وقت أي:

$L.T_5 = ET_5 = 15.3 \rightarrow S_5 = LT_5 - ET_5 = 0$

«حساب آخر وقت» أي حساب «L.T» + حساب وقت التعطيل

الحدث رقم (5): $L.T_5 = 15.3 \rightarrow S_5 = 0$

الحدث رقم (4): $L.T_4 = min\{L.T_5 - d_{45}\} = min\{15.3 - 2\}$

$= 13.3$

$\rightarrow S_4 = 13.3 - 11.3 = 2$

الحدث رقم (3):

$L.T_3 = min\{L.T_4 - d_{34}, L.T_5 - d_{35}\} =$

$min\{13.3 - 3, 15.3 - 7\} = 8.3$

$\rightarrow S_3 = 8.3 - 8.3 = 0$

الحدث رقم (2):

$$L.T_2 = \min\{L.T_3 - d_{23}, L.T_5 - d_{24}\}$$
$$= \min\{8.3 - 5, 13.3 - 7\} = 3.3$$
$$\rightarrow S_2 = 3.3 - 3.3 = 0$$

الحدث رقم (1) :
وقت التعطيل = ٥
أبكر وقت = آخر وقت = ٥

Coding Theroy نظرية الترميز

سوف نعرض لمفاهيم الأساسية في نظرية الترميز.
الترميز هو عبارة عن تطبيق تقابلي بين مجموعة من المحارف ومجموعة من الأعداد الصحيحة وكلاهما مجموعة منتهية حيث لكل قيمة من قيم هذا التطبيق وزن يحقق وفق المتعاملين بهذا الترميز ويسمى المشفرين لأن تكون طول الشيفرة للمحارف الأكثر تكراراً أصغر ما يمكن، ولكل شيفرة مفتاح يعرفه المرمزين المتعاملين فيه فقط، علماً أنه توجد هناك بعض الخوارزميات التي تمكن من فك الشيفرات وخاصة ما يسمى بالقراصنة.
وللشيفرة أهمية في المجالات الاقتصادية والعسكرية وتبادل المعلومات، وأول من عمل بموضوع التشفير هم العرب وسموه علم "التعمية"، وهناك عدة رسائل بين ملوك وقادة جيوش في ظاهرها نص عادي وفي مضمونها أوامر.
من أشهر خوارزميات التشفير خوارزمية "هوف مان" وسوف نعرض هذه الخوارزمية للمثال:

قبل البدء بحل المثال يجب أن يتوفر لدينا:

Σ "مجموعة محارف"

$M \subseteq \mathbb{Z}$ "مجموعة أعداد صحيحة"

$F: \Sigma \longrightarrow M$ "تطبيق تقابل (متباين وغامر)"

ويسعى دوماً أن يكون الحرف الأكثر استخداماً أقل طولاً.

يوجد نوعين من الخوارزميات:

1- خوارزميات ثابتة الطول: يكون فيها طول رمز الحرف ثابت.

2- خوارزميات ترميز متغيرة الطول: أي طول الحرف سيز ثابت وهي أفضل من سابقتها ومنها خوارزمية "هوف مان".

مثال: لدينا مجموعة محارف:

$D = \{a, n, t, b, o, g, w\}$

$F(a) = 8,\ F(n) = 3,\ F(t) = 2,\ F(b) = 5,\ F(o) = 24$

$F(g) = 9,\ F(w) = 15$; $F: D \longrightarrow \mathbb{Z}$ ((تقابل))

والمطلوب:

1- أوجد شجرة هوف مان.

2- أوجد وزن هذا الترميز.

3- رمز كلمة (anton)

4- فك الترميز: 011100010000

الحل:

- كل محرف يمثل عقدة.

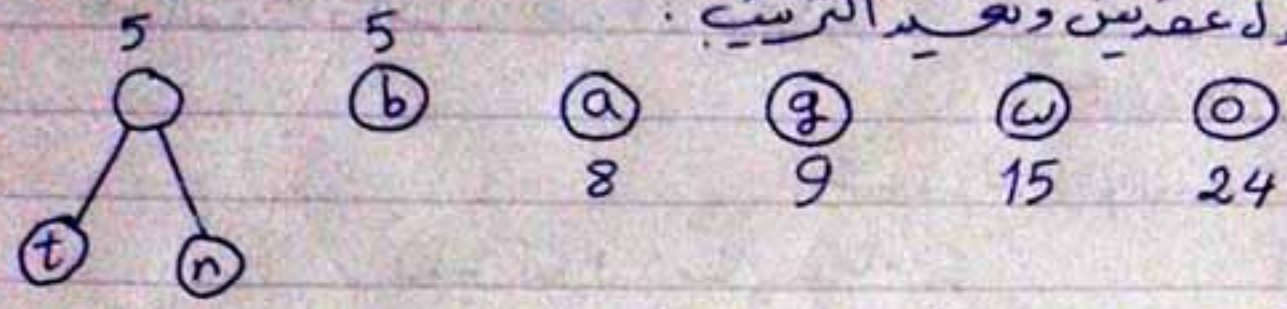
- شجرة هوف مان هي شجرة ثنائية قدرة الجذر فيها 2 وقدرة أي عقدة داخلية على الأكثر 3 وقدرة أي عقدة طرفية وهي عقد معلقة تساوي 1.

أ- خطوات إيجاد شجرة هوف مان:

أولاً: نرتب مجموعة المحارف ترتيباً تصاعدياً حسب ما يقابلها من أعداد صحيحة

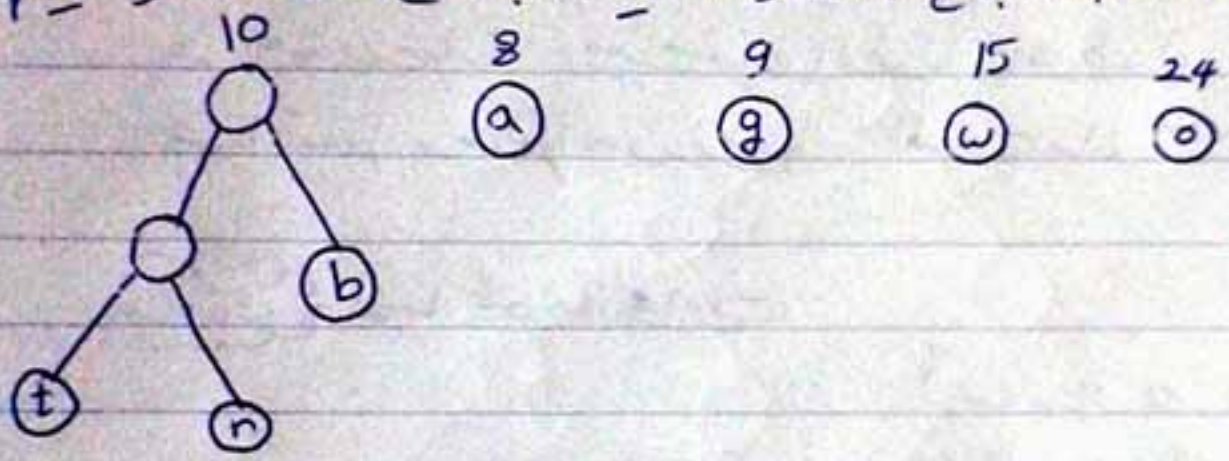
2	3	5	8	9	15	24
(t)	(n)	(b)	(a)	(g)	(w)	(o)

ثانياً نجمع أول عقدتين ونعيد الترتيب:

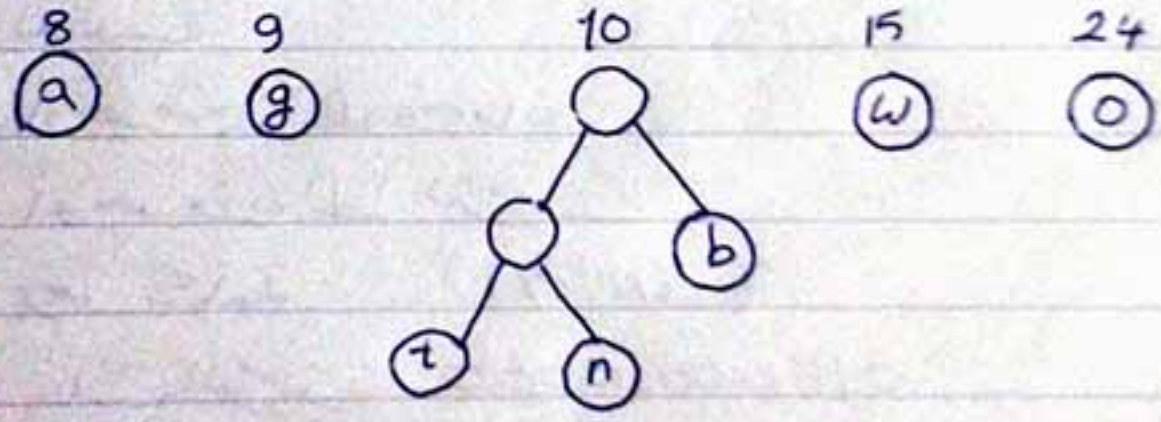


نلاحظ أنّ أول عقدتين كل منهما 5 (مرتبين لا نعيد الترتيب)

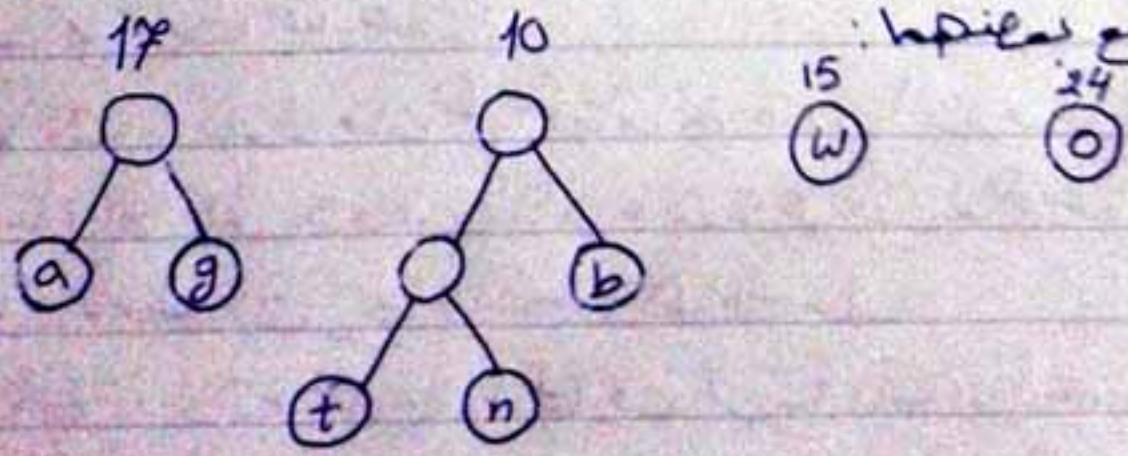
ثالثاً: نكرر الخطوة السابقة: نجمع العقدة التي نتجت مع العقدة التي تليها.



نعيد الترتيب مرّة أخرى:

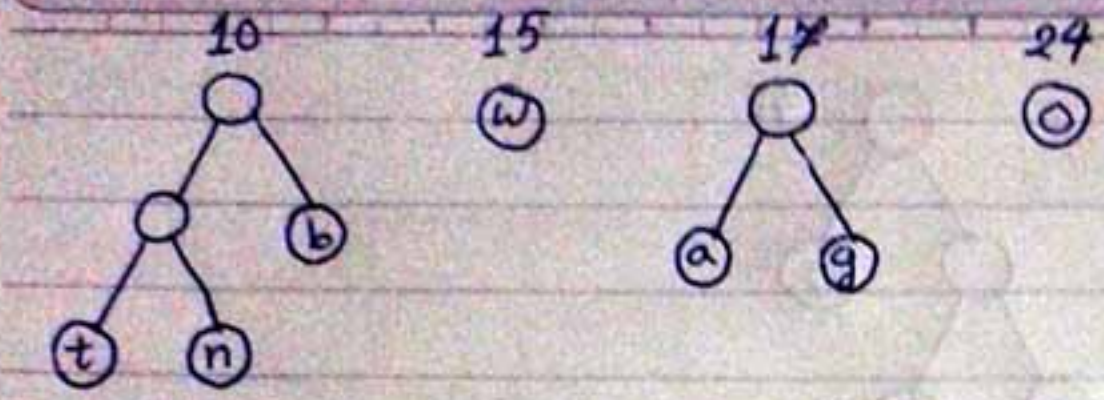


نجمع أول عقدتين مع بعضهما:

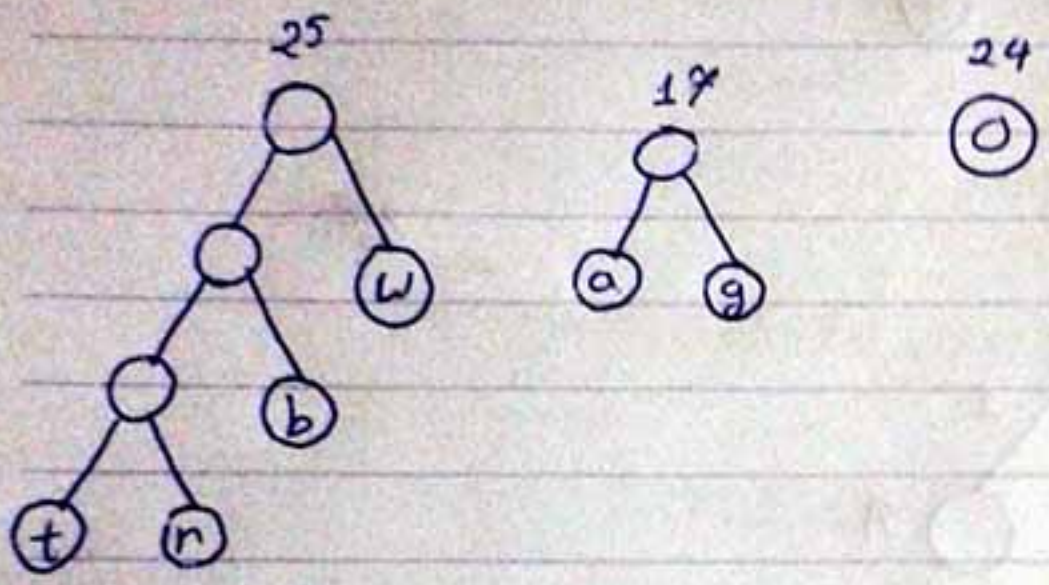


نعيد الترتيب:

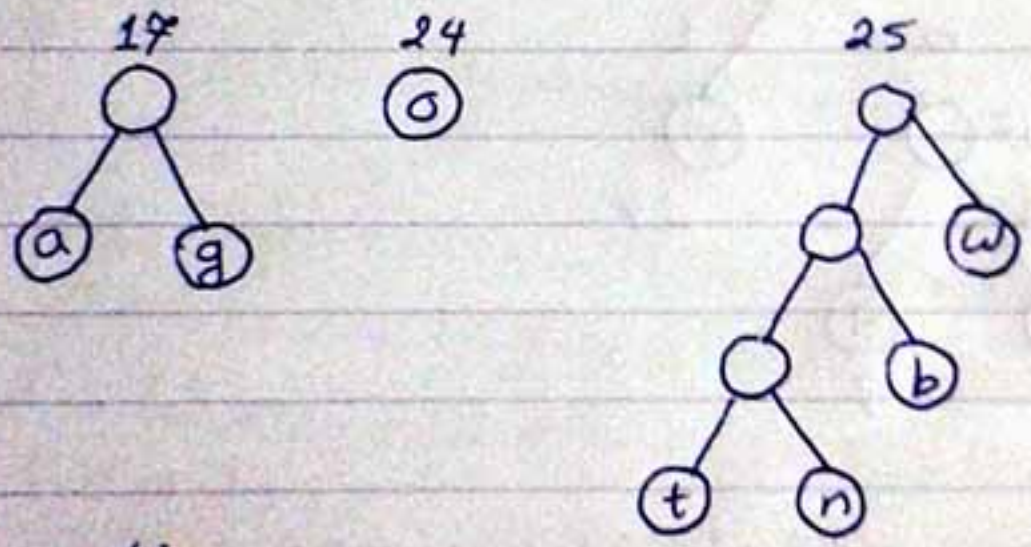
7)

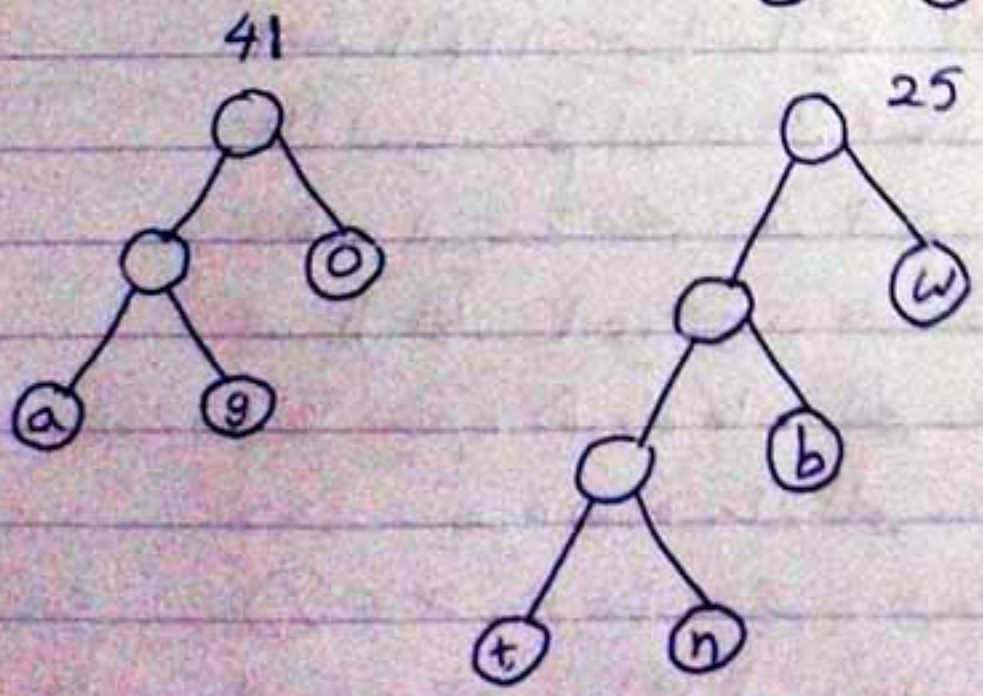


بجمع اول عقدتين :



بعيد الترتيب :

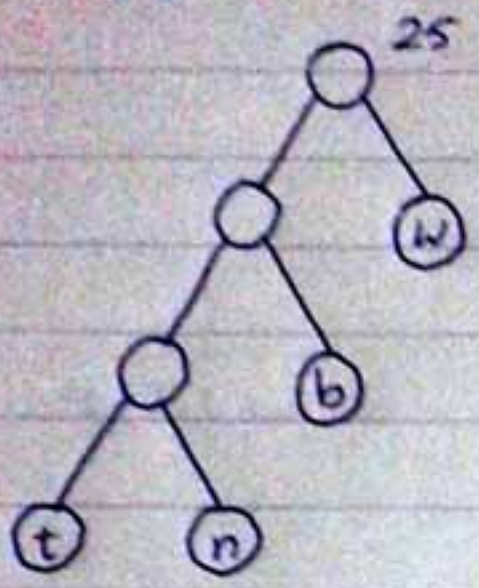


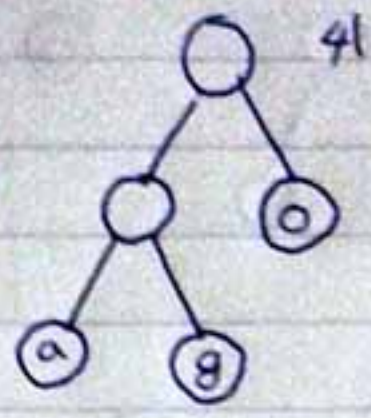


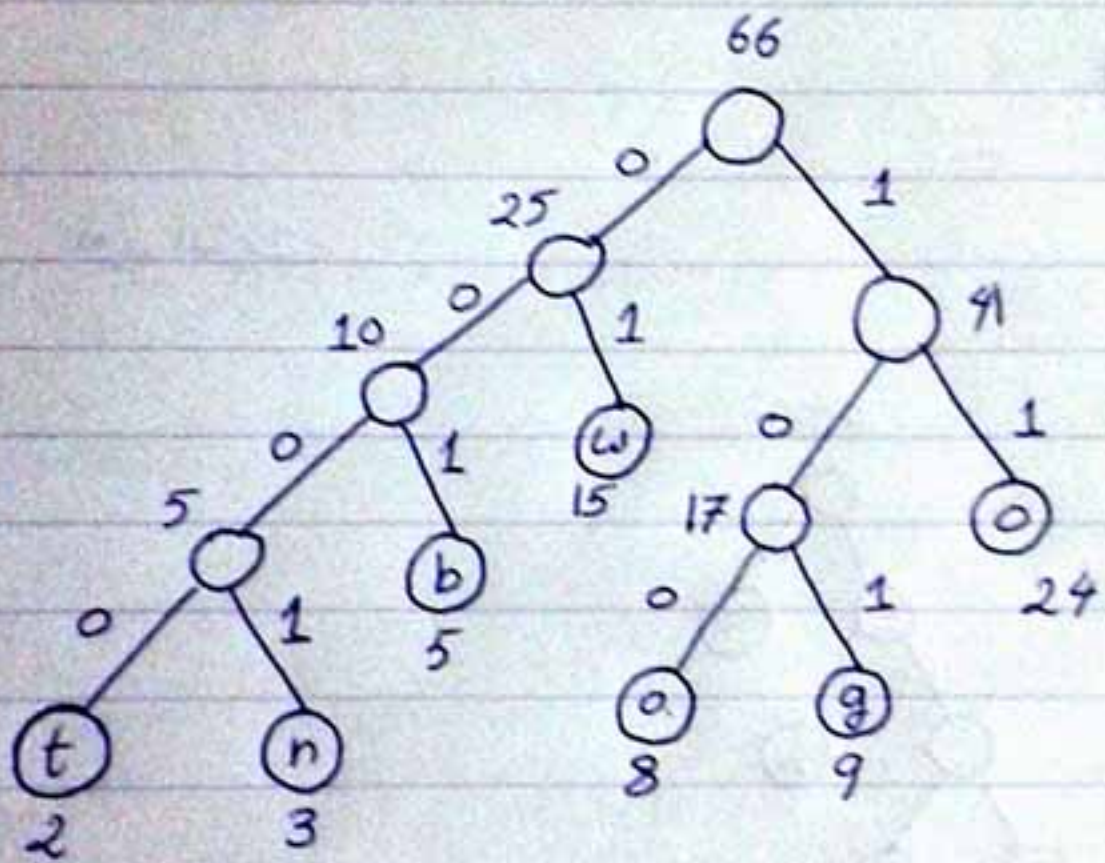
بجمع أول عقدتين :

لعـــيد الترتيب

8)







اعتمدنا لهذا الترميز الثنائي 01 بداية الترتيب تصاعدي وصفنا الصفر على اليسار ثم الواحد على اليمين [يمكن اعتماد ترميز آخر كـ (3,5)
بهذه النتيجة نكون قد انتهينا من تطبيق خوارزمية هوف مان لأن السطر الأساسي يحتوي على عقدة واحدة وتدعى جذر الشجرة.
إذن شيفرة هوف مان للمجموعة C هي:
لإيجاد شيفرة هوف مان للمجموعة C نوجد شيفرة هوف مان لكل حرف $x \in A$ ولإيجاد شيفرة x فإننا نكتب "من اليسار إلى اليمين" علامات الأضلاع التي تقابلنا إذا انطلقنا من الجذر وابتعنا الفرع الذي يربط الجذر بالعقدة والتي تمثل الحرف x، فنجد:

Char (x)	a	n	t	b	o	g	w
Code ($\bar{x}$)	100	0001	0000	001	11	101	01

حيث $\bar{x}$ هي عبارة عن تشفير الترميز للحرف x وبحيث أن:
$x \in \bar{D} = \{a, n, t, b, o, g, w\}$

2- إن وزن الشيفرة "Code weight" بالتعريف يعطى بالعلاقة:

$$W = \sum_{i=1}^{n} F(x_i) . L(\bar{x_i})$$

حيث $L(\bar{x_i})$ هو وزن $\bar{x_i}$ وهو بالتعريف عدد الحروف التي تتكون منها $\bar{x_i}$
وبالتالي نجد:

$W = F(a) * L(\bar{a}) + F(n) * L(\bar{n}) + F(t) * L(\bar{t}) + F(b) * L(\bar{b})$
$+ F(o) * L(\bar{o}) + F(g) * L(\bar{g}) + F(w) * L(\bar{w})$
$= (8*3) + (3*4) + (2*4) + (5*3) + (24*2) + (9*3) +$
$(15*2)$

$\boxed{W = 164}$

3- ترميز anton:

a n t o n
100 0001 0000 11 0001

4- فك الترميز:

01 11 0001 0000
w o n t

انتهت محاضرة Dania Albarsha