- نهاية تابع شعاعي: ليكن $\vec{f}$ تابع شعاعي عندها نقول إن $\theta_0 \in R^3$ نهاية $\vec{f}$ عندما M تسعى إلى M_0 ونكتب

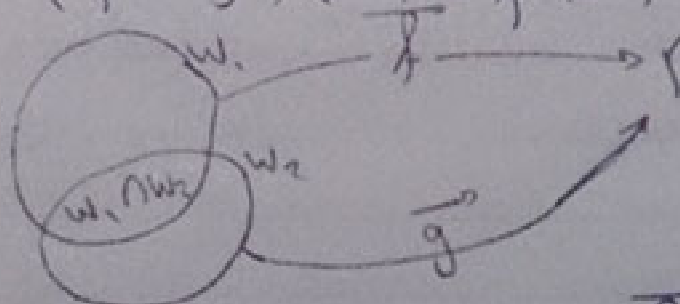
$$\lim_{M \to M_0} \vec{f} = \theta_0$$

أي: $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 : |M - M_0| < \delta \Rightarrow |\vec{f}(M) - \theta_0| < \varepsilon$

خواص: ليكن $\vec{f}$ ، $\vec{g}$ تابعين شعاعيين:

$$\vec{f} : W_1 \subset R^3 \longrightarrow R^3$$
$$\vec{g} : W_2 \subset R^3 \longrightarrow R^3$$

*) $(\vec{f} + \vec{g})(M) = \vec{f}(M) + \vec{g}(M)$



$\vec{f} + \vec{g} : W \longrightarrow R^3$

وإن $W \subseteq W_1 \cap W_2$

1): $\lim_{M \to M_0} (\vec{f} + \vec{g}) = \lim_{M \to M_0} \vec{f} + \lim_{M \to M_0} \vec{g}$.

2): $\lim_{M \to M_0} (\vec{f} \cdot \vec{g}) = \lim_{M \to M_0} \vec{f} \cdot \lim_{M \to M_0} \vec{g}$.

3). من أجل $h : W_1 \cdot W_1 \longrightarrow R$ تابع سلمي.

$$\lim_{M \to M_0} (h \cdot \vec{f}) = \lim_{M \to M_0} h \cdot \lim_{M \to M_0} \vec{f}$$

حيث
$\vec{f} = [f_1, f_2, f_3]$
$h \cdot \vec{f} = [h f_1, h f_2, h f_3]$

4): $\vec{f} = [f_1, f_2, f_3]$

$$\lim_{M \to M_0} \vec{f} = \lim_{M \to M_0} \vec{i} + \lim_{M \to M_0} \vec{j} + \lim_{M \to M_0} \vec{k}$$

الاستمرار: نقول عن $\vec{f}$ أنه مستمر عند $M_0 \in W$ إذا كان

$$\lim_{M \to M_0} \vec{f}(M) = \vec{f}(M_0)$$

/ /

- نقول عن $\vec{f}$ أنه مستمر في المجال اذا كان مستمراً لكل نقطة من هذا المجال.

- الاشتقاق: (هنا متحول واحد)

نقول عن $\vec{f}: W \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ أنه قابل للاشتقاق عند u_0 اذا

$$\lim_{u \to u_0} \frac{\vec{f}(u) - \vec{f}(u_0)}{u - u_0}$$

(موجودة ومحدودة)

ونرمز

$$\vec{f}\,'(u_0) \quad \text{أو} \quad \frac{d\vec{f}}{du}(u_0)$$

- خواص الاشتقاق: نفس خواص النهاية:

1) $$\frac{d(\vec{f} + \vec{g})}{du} = \frac{d\vec{f}}{du} + \frac{d\vec{g}}{du}$$

2) $$\frac{d(\vec{f} \cdot \vec{g})}{du} = \frac{d\vec{f}}{du} \cdot \vec{g} + \vec{f} \cdot \frac{d\vec{g}}{du}$$

2') $$\frac{d(\vec{f} \wedge \vec{g})}{du} = \frac{d\vec{f}}{du} \wedge \vec{g} + \vec{f} \wedge \frac{d\vec{g}}{du}$$

3) $$\frac{d(h\vec{f})}{du} = \frac{dh}{du} \vec{f} + h \frac{d\vec{f}}{du}$$

- المشتق الجزئي

المشتقات الجزئية بالنسبة لـ x:

ليكن $\vec{f}: W \subseteq \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ نقول عن مشتق جزئي لـ $\vec{f}$ بالنسبة لـ x بأنه

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\vec{f}(x + \Delta x, y, z) - \vec{f}(x, y, z)}{\Delta x}$$

ونرمز له بالرمز

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial x}$$