

④ علاقة لعمق الخط:

$$\vec{r} = \vec{u} \wedge \vec{v}$$

لعمق عمودي على  $(\vec{u}, \vec{v})$

$$\Rightarrow |\vec{M}_1 \vec{M}_2 \cdot \vec{r}| = |\vec{M}_1 \vec{M}_2| \cdot |\vec{r}| \cdot |\cos \theta|$$

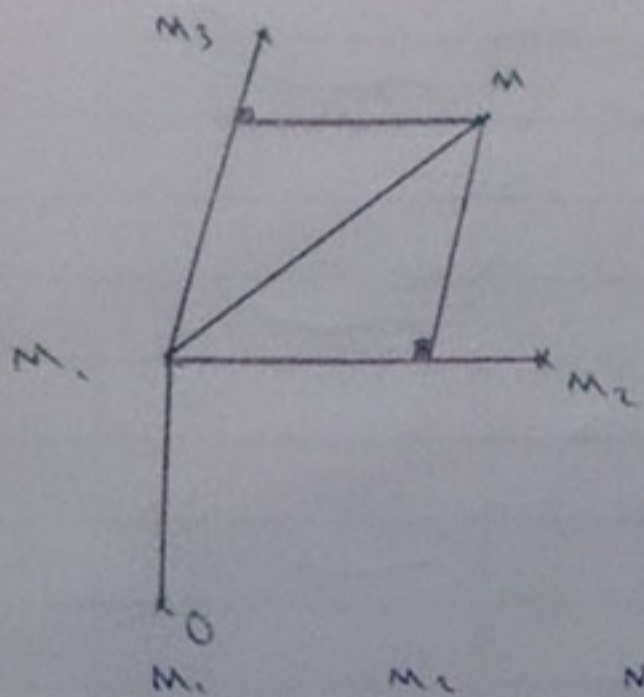
$$|\vec{M}_1 \vec{M}_2 \cdot \vec{r}| = |\vec{r}| d$$

$$\Rightarrow d = \frac{|\vec{M}_1 \vec{M}_2 \cdot \vec{r}|}{|\vec{r}|}$$

المستوي في الفراغ

تعريف: ليكن لدينا لنقط  $M(x, y, z)$ ،  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ ،  $M_3(x_3, y_3, z_3)$

ليكون مستويان متوازيين وواحدة  
ولنكن  $M(x, y, z)$  نقطة داخلية  
من المستوي



$$\vec{OM} = \vec{OM}_1 + \vec{M}_1 \vec{M}$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_1 + \vec{M}_1 \vec{A} + \vec{M}_1 \vec{B}$$

$$\vec{X}_E = \vec{OM}_1 + \lambda \vec{M}_1 \vec{M}_3 + \mu \vec{M}_1 \vec{M}_2$$

$\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

مثال

بين معادلة مستوي يمر من  $(0, 2, 1)$ ،  $(5, 0, 2)$ ،  $(1, 1, 0)$

$$\vec{X}_E = (0, 2, 1) + \lambda(1, -1, -1) + \mu(5, -2, 1) \quad ; \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

$(x, y, z) =$

أوضح مستويين في الفراغ:

$$\vec{X}_{E1} = \vec{OM}_1 + \lambda \vec{u}_1 + \mu \vec{v}_1$$

$$\vec{X}_{E2} = \vec{OM}_2 + \alpha \vec{u}_2 + \beta \vec{v}_2 \quad ; \quad \lambda, \mu, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\vec{X}_{E1} = \vec{X}_{E2} \Rightarrow \vec{OP} = \lambda \vec{u}_1 + \mu \vec{v}_1 - \alpha \vec{u}_2 - \beta \vec{v}_2 = \vec{0}$$

وطيد الموضع من فلك المعادلة السابقة:

$$\begin{pmatrix} \lambda & \mu & -\alpha & -\beta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

$r \neq r' \Rightarrow$  مستویات یکدیگر را قطع می کنند  
 $r = r' < n$  عدد غیر متناهی از خطوط

$n - r = 1 \Rightarrow$  خطوط افقی است (البته در صورتی که مستقیم است)

$n - r = 2 \Rightarrow$  خطوط افقی است (البته در صورتی که مستوی است)

$n - r = 3 \Rightarrow$  خطوط افقی است (البته در صورتی که مستوی است)

این دو مستوی

$$\vec{x}_{E_1} = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 2, 0) + \mu(-1, 0, 1) \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

$$\vec{x}_{E_2} = (0, 1, 0) + \delta(1, 2, 1) + \zeta(0, 4, 0) \quad \delta, \zeta \in \mathbb{R}$$

$$\lambda(-1, 2, 0) + \mu(-1, 0, 1) - \delta(1, 2, 1) - \zeta(0, 4, 0) = (-1, 1, 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\lambda - \mu - \delta = -1 \\ 2\lambda - \delta - 4\zeta = 1 \\ \mu - \zeta = 0 \end{cases} \left[ \begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & -4 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -4 & -1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -8 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{cases} r = 3, r' = 3, n = 4 \\ r = r' < n \\ n - r = 1 \end{cases}$$

تقاطع بالقطر مشترک

$$\left. \begin{cases} \lambda - 8\zeta = -1 \\ \mu + 4\zeta = 1 \\ \delta + 4\zeta = 1 \end{cases} \right\} \text{با کدیف آنه} \quad \begin{cases} \lambda = -1 + 8\zeta \\ \mu = 1 - 4\zeta \\ \delta = 1 - 4\zeta \end{cases}$$

نویسند  $\vec{x}_{E_1}$

$$\vec{x}_L = (1, 0, 0) + (-1 + 8\zeta)(-1, 2, 0) + (1 - 4\zeta)(-1, 0, 1)$$

و هم با نقطه تقاطع مشترک