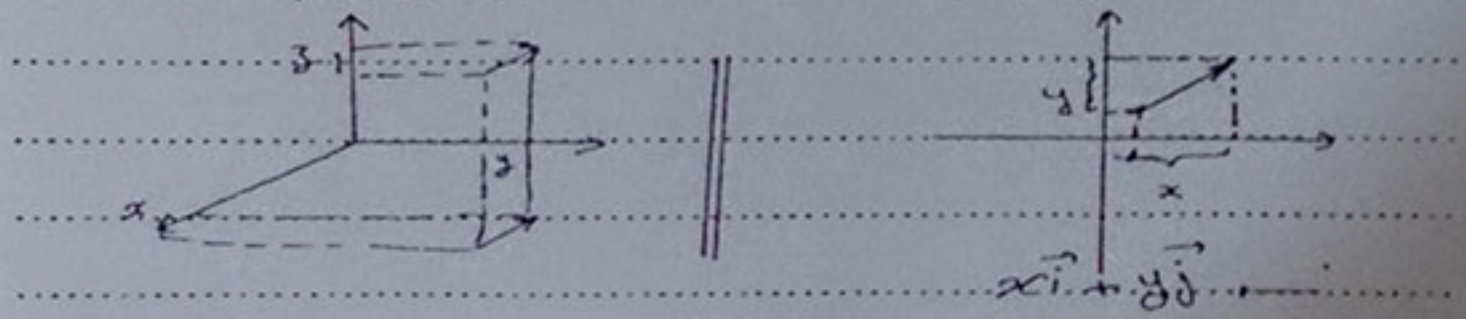
السنة: الأول / القسم: رياضيات / المادة: تحليل جبري وهندسي

المحاضرة: الأولى / الدكتور: التاريخ: ٢٠٢٠/٠٤/

- الشعاع: هو قطعة مستقيمة موجهة ← لديه بداية ونهاية
- الشعاع الحر: هو شعاع ليس له بداية معينة ←
- الشعاع الحامل: هو شعاع محمول على مستقيم أو مستويات
- الشعاعان المتعاكسان: شعاعان متعاكسان لهما نفس الحامل ومتعاكسان في الجهة
- الشعاعان المتكافئان: شعاعان متعاكسان لهما نفس الحامل ولهما نفس الطويلة ولكنهما بجهتين متعاكستين
- العمليات على الأشعة:

بين المبدأ والنقطة هو الشعاع الذي يوجه النقطة عن المبدأ




المجموع: $\vec{u}(x_1, y_1, z_1)$ $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$

تفاضل: $\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$

الطرح: $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$

الضرب بعدد: $\lambda \in \mathbb{R}$ $\lambda \vec{u} = (\lambda x, \lambda y, \lambda z)$

* طويلة الشعاع: $\vec{u} = (x, y, z)$ $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

مثال: $\vec{u} = (2, 3, 0)$ $\vec{v} = (5, 4, -1)$ $\vec{w} = (-4, 2, 1)$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ أي $\vec{u} \perp \vec{v}$

$\vec{w}-\vec{u}$ ، $\vec{u}-3\vec{v}$

ب- أوجد $|\vec{u}|$ ، $|\vec{v}|$ ، $|\vec{w}-\vec{u}|$

الحل:

① $\vec{u}+\vec{v}=(7,7,1)$

$\vec{w}-\vec{u}=(-6,-1,1)$

$\vec{u}-3\vec{v}=(-13,-9,3)$

② $|\vec{u}|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

$|\vec{v}|=\sqrt{25+16}=\sqrt{42}$

$|\vec{w}-\vec{u}|=\sqrt{38}$

* الجداء الداخلي (السلمي) لشعاعين:

$\vec{v_1}=(x_1,y_1,z_1)$ ، $\vec{v_2}=(x_2,y_2,z_2)$

هندسياً: $\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}=|\vec{v_1}|\cdot|\vec{v_2}|\cdot\cos\theta$

حيث $\theta$ هي الزاوية بين $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$

تحليلياً: $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$

ج: جداء الشعاعين على بعضهما لكنه ليس شعاعاً بل عدداً

متى يكون $\vec{v_1}\perp\vec{v_2}$ ؟ عندما يكون $\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}=0$

ولكنه $\vec{v_1}$ ، $\vec{v_2}$ ليسا بالضرورة متعامدين

مثال: ليكن: $\vec{u}=(1,2)$ ، $\vec{v}=(3,4)$

أوجد الزاوية بين $\vec{u}$ و $\vec{v}$

الحل: $\vec{u}\cdot\vec{v}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$

$=3+8=7$

$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\theta$

$\cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{7}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{13}}=\frac{7}{\sqrt{65}}$

مثال: ليكن $\vec{u}=(1,2,0)$ ..... $\vec{v}=(-2,1,0)$

هل هما متعامدين.

الحل: $\vec{u}\cdot\vec{v} = x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$

$= -2+2+0 = 0$

أي أنهما متعامدين

* الارتباط والاستقلال الخطي:

نقول عن $\vec{u}$, $\vec{v}$ أنهما مرتبطان إذا وجد عدد $\lambda \in R$ بحيث $\boxed{\vec{v} = \lambda \vec{u}}$ وإلا فهما مستقلان

بشرط أن المتجهات $\vec{u}, \vec{v}$ لا يساويان $(0)$.

مثال: $\vec{u}=(2,5,-3)$ ..... $\vec{v}=(3,\frac{15}{2},\frac{-9}{2})$

وضح: هل هما مستقلان أم مرتبطان؟

الحل: $\vec{v} = \frac{3}{2}\vec{u}$

$\exists\ \lambda = \frac{3}{2}$

حيث:

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{3}{2}$ ، $\frac{y_1}{y_2} = \frac{5}{\frac{15}{2}} = \frac{3}{2}$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{-3}{\frac{-9}{2}} = \frac{3}{2}$

أي أنهما مرتبطان وهو المطلوب

انتهت المحاضرة



PLUSLIBRARY
01121151436 - 09448794600 مكتبة العلوم