السنة: الأولى **/ القسم:** رياضيات **/ المادة:** تحليل متجهي عملي

المحاضرة: الثالثة **/ الدكتور:** **التاريخ:** ٦ / ٤ / ٢٠١٤

تمرين:

لدينا A, B, C, D أربع نقاط في الفراغ.

① برهن صحة العلاقة التالية:

$$\vec{AB}\cdot\vec{CD}+\vec{AC}\cdot\vec{DB}+\vec{AD}\cdot\vec{BC}=0$$

② برهن اعتماداً على العلاقة السابقة أنه إذا تعامد حرفا كل من زوجين لأحرف المتقابلة من رباعي الوجوه، تعامد حرفا الزوج الثالث أيضاً.

$$\vec{AB}\cdot(\vec{CA}+\vec{AD})+\vec{AC}\cdot(\vec{DA}+\vec{AB})+\vec{AD}\cdot(\vec{BA}+\vec{AC})=$$

$$\vec{AB}\cdot(\vec{AD}-\vec{AC})+\vec{AC}\cdot(\vec{AB}-\vec{AD})+\vec{AD}\cdot(\vec{AC}-\vec{AB})=$$

$$\vec{AB}\cdot\vec{AD}-\vec{AB}\cdot\vec{AC}+\vec{AC}\cdot\vec{AB}-\vec{AC}\cdot\vec{AD}+\vec{AD}\cdot\vec{AC}-\vec{AD}\cdot\vec{AB}=0$$

②: $\vec{AB}$ ، $\vec{CD}$ متعامدين $\Leftarrow$ $\vec{CD}\cdot\vec{AB}=0$

$\vec{AC}$ ، $\vec{DB}$ متعامدين $\Leftarrow$ $\vec{AC}\cdot\vec{DB}=0$

نعوض في العلاقة:

$$0+0+\vec{AD}\cdot\vec{BC}=0$$

أي أن $\vec{AD}$ ، $\vec{BC}$ متعامدين.

تمرين: برهن صحة العلاقة التالية:

$$(\vec{A}\wedge\vec{B})\cdot(\vec{C}\wedge\vec{D})+(\vec{B}\wedge\vec{C})\cdot(\vec{A}\wedge\vec{D})+(\vec{C}\wedge\vec{A})\cdot(\vec{B}\wedge\vec{D})=0$$

الحل: العلاقة تكتب بالشكل:

$$(\vec{A}\wedge\vec{B},\vec{C},\vec{D})+(\vec{B}\wedge\vec{C},\vec{A},\vec{D})+(\vec{C}\wedge\vec{A},\vec{B},\vec{D})$$

$$\left[(\vec{A}\wedge\vec{B})\wedge\vec{C}+(\vec{B}\wedge\vec{C})\wedge\vec{A}+(\vec{C}\wedge\vec{A})\wedge\vec{B}\right].\vec{D}$$

نطبق دستور جيبس :

$$\vec{u}\wedge(\vec{v}\wedge\vec{w})=(\vec{u}.\vec{w}).\vec{v}-(\vec{u}.\vec{v}).\vec{w}$$

$$\left[(\vec{A}.\vec{C}).\vec{B}-(\vec{A}.\vec{B}).\vec{C}-(\vec{B}.\vec{C}).\vec{A}+(\vec{C}.\vec{B}).\vec{A}-\right.$$

$$\left.(\vec{C}.\vec{A}).\vec{B}\right].\vec{D}=0$$

$$0.\vec{D}=0$$

تمرين:

لتكن لدينا الأشعة $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ غير واقعة في مستوٍ واحد و ثلاثة أشعة غيرها $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$ غير واقعة في مستوٍ واحد فإذا كانت بين هذه الأشعة.

$$\vec{A}.\vec{a}=\vec{B}.\vec{b}=\vec{C}.\vec{c}=1$$

$$\vec{A}.\vec{b}=\vec{A}.\vec{C}=\vec{B}.\vec{a}=\vec{B}.\vec{c}=\vec{C}.\vec{a}=\vec{C}.\vec{b}=0$$

لنبرهن أيضاً:

$$\vec{A}=\frac{\vec{b}\wedge\vec{c}}{(\vec{a},\vec{b},\vec{c})}\qquad\vec{B}=\frac{\vec{c}\wedge\vec{a}}{(\vec{a},\vec{b},\vec{c})}\qquad\vec{C}=\frac{\vec{a}\wedge\vec{b}}{(\vec{a},\vec{b},\vec{c})}$$

<u>الحل</u>:

$$\vec{A}.\vec{b}=\vec{A}.\vec{C}=0$$

$\vec{A}$ عمودي على كل من $\vec{a}$ ، $\vec{b}$

$\vec{A}$ مرتبط خطياً مع $\vec{b}\wedge\vec{c}$

$$\vec{A}=m(\vec{b}\wedge\vec{c})\quad(*)$$

نضرب العلاقة $(*)$ بـ $\vec{a}$

$$\vec{A}.\vec{a}=m(\vec{b}\wedge\vec{c}).\vec{a}$$

$$1=m(\vec{b}\wedge\vec{c}).\vec{a}$$

$$m = \frac{1}{(\vec{b} \wedge \vec{c}) \cdot \vec{a}} = \frac{1}{(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})}$$

نعوض من ⊛ فنجد .

$$\vec{A} = \frac{\vec{b} \wedge \vec{c}}{(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})}$$

نعوض بالنتيجة ... فنجد .

انتهت المحاضرة