

المحولات الاصطناعية في طريقة السبيلكس

إن الهدف من إضافة المحولات الاصطناعية ضمان شروط طريقة السبيلكس ، حيث يجب أن يكون عدد المحولات الأساسية مساوياً لعدد الأسطر ، ولكن عند وجود شروط للمسألة من الشكل = أو \geq فإن الشرط السابق لن يكون محققاً ، ولضمان تحققه نقوم بما يلي :

- (1) إضافة المحولات الاصطناعية إلى الشروط التي من الشكل = أو \geq
- (2) تحويل البرنامج إلى الشكل القياسي .
- (3) إضافة هذه المحولات إلى دالة الهدف بعد ضرب كل منها بعدد كبير M .
ملاحظة: هذه الخطوة تضمن أن تكون قيمة المحولات الاصطناعية في الحل الأمثل سارية للصفر ، أي عند أخذ القيمة الأصغر (Min) لدالة الهدف .
- (4) نقوم بحذف هذه المحولات الاصطناعية من عبارة دالة الهدف ، وذلك بضرب الشروط التي تحوي هذه المحولات بـ $-M$. ومبراً إلى دالة الهدف .
- (5) نكتب الجدول الابتدائي للسبيلكس بعد ضرب دالة الهدف بإشارة (-) كالمادة ونكمل الخطوات المعروفة لحل الجدول مع تعديل بسيط :
عندما تصعب المحولات الاصطناعية غير أساسية تُحذف من جدول السبيلكس .

مثال: أوجد الحل الأمثل للبرنامج التالي بطريقة السبيلكس :

$$Z = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \longrightarrow \text{Min}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 & (1) \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 60 & (2) \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = -20 & (3) \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

الحل: بدايةً نضرب الشرط (3) بإشارة (-) لجعل طرف الأيمن موجياً :

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = +20$$

(1) نضيف المحولات الاصطناعية إلى الشرطين (2) و (3) :

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + a_2 = 60 \quad \text{و} \quad a_2 \geq 0$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + a_3 = 20 \quad \text{و} \quad a_3 \geq 0$$

(2) تصيغ الشكل القياسي للبرنامج :

$$Z = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \text{Min}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + S_1 = 30$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 - S_2 + a_2 = 60 \quad (2')$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + a_3 = 20 \quad (3')$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, a_2, a_3 \geq 0$$

(3) نضيف المتحولات الاصطناعية إلى دالة الهدف بعد ضرب كل منها بـ M ، حيث M عدد

موجب كبير بما فيه الكفاية ، أي تصيغ دالة الهدف بالشكل :

$$2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + Ma_2 + Ma_3 \rightarrow \text{Min}$$

(4) نضرب كل من (2') و (3') بـ $-M$ ونجمعها إلى دالة الهدف :

$$Z = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + Ma_2 + Ma_3 - M(2x_1 + x_2 + 3x_3 - S_2 + a_2 - 60) - M(x_1 - x_2 + 2x_3 + a_3 - 20)$$

$$\Rightarrow Z = -(3M-2)x_1 - 3x_2 - (5M+4)x_3 + MS_2 + 80M$$

(5) والآن نكتب الجدول الابتدائي للسيلكس :

المتحولات الأساسية	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	a_2	a_3	الطرف الثاني
S_1	1	1	1	1	0	0	0	30
a_2	2	1	3	0	-1	1	0	60
a_3	1	-1	2	0	0	0	1	20 ←
مطردالة الهدف	$3M-2$	3	$5M+4$	0	$-M$	0	0	$80M$



الحل الذي يعطيه هذا الجدول :

$$\{ S_1 = 30, a_2 = 60, a_3 = 20$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = S_2 = 0$$

$$R_3' \rightarrow \frac{1}{2} R_3$$

$$R_1' \rightarrow R_1 - R_3'$$

$$R_2' \rightarrow R_2 - 3R_3'$$

$$R_4 \rightarrow R_4 - (5M+4)R_3'$$

نجرى التحويلات الطرية التالية على الجدول :

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	a_2	a_3	
S_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	20
a_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0	-1	1	$\frac{3}{2}$	30 ←
x_3	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	10
	$\frac{1}{2}M-4$	$\frac{5}{2}M+5$	0	0	-M	0	$-\frac{5}{2}M-2$	$30M-40$

نلاحظ أن المحور الاصطناعي a_3 لم يعد أساسياً، لذلك نذفه من الجدول
وبتابعة الخوارزمية الطريقة وبإتي خطوات فوارزمية السيلكس نصل على:

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	a_2	
S_1	$\frac{1}{5}$	0	0	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	2 ←
x_2	$\frac{1}{5}$	1	0	0	$-\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	12
x_3	$\frac{3}{5}$	0	1	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	16
	-5	0	0	0	2	$-M-2$	-100

لذا الحل غير أمثل، نكمل:

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	
S_2	$\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{5}{3}$	1	3.3
x_2	$\frac{7}{15}$	1	0	$\frac{2}{3}$	0	13.3
x_3	$\frac{10}{3}$	0	1	$\frac{1}{3}$	0	16.7
	$-\frac{20}{3}$	0	0	$-\frac{10}{3}$	0	-106.7

الحل الأمثل: $S_2 = 3.3$, $x_2 = 13.3$, $x_3 = 16.7$

$$x_1 = S_1 = 0$$

قيمة دالة الهدف عند تادي: -106.7