في المجال $[1,2]$ بدقة $\varepsilon = 0{,}02$

المحاضرة الرابعة

ثانياً : طريقة القواطع :

بفرض $f(x)$ تابع مستمر على المجال $[a,b]$

حيث $f(a).f(b)<0$ ولنفرض أن $f(b)>0$ ، $f(a)<0$

وليكن α جذر المعادلة

$f(x)=0$ في المجال $[a,b]$ نوصل بين النقطتين

$(a,f(a))$ و $(b,f(b))$ فتقطع المجال $[a,b]$ بنقطة

ولتكن x_1 نحسب $f(x_1)$ ونميز

الحالات التالية:

إذا كان $f(x_1)=0$ عندئذ $\alpha = x_1$ وهو المطلوب

إذا كان $f(x_1)>0$ عندئذ $\alpha \in [a,x_1]$

وإذا كان $f(x_1)<0$ عندئذ $\alpha \in [x_1,b]$

الموضوع: التاريخ: /   /

نكرر هذه العملية عدة مرات حتى نحصل على جذر تقريبي للمعادلة المفروضة

نلاحظ أن معادلة المستقيم الواصل بين النقطتين $(a, f(a))$ ، $(b, f(b))$ على الشكل التالي:

$$\boxed{\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}}$$

كذلك نقطة تقاطع هذا المستقيم مع $\vec{ox}$ تتحدد بوضع $y=0$ ولتكن x_1 فاصلة نقطة التقاطع فيكون:

$$\frac{0 - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x_1 - a}{b - a}$$

$$x_1 = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b) - f(a)}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{a f(b) - b f(a)}{f(b) - f(a)}}$$

قانون القواطع للحفظ

---

* تقدير الخطأ بطريقة القواطع:

بفرض ε الدقة المطلوبة عندئذ: نتوقف عن تكرار القانون السابق بعد n مرة إذا كان $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$

التاريخ: / /

الموضوع:

تمرين (1): باستخدام طريقة القواطع أوجد جذر تقريبي للمعادلة $f(x) = 3x^2 - 5x - 7 = 0$ في المجال $[1,2]$ بدقة $\varepsilon = 0.05$

نلاحظ أن:

$f(a) = f(1) = -9 < 0$

$f(b) = f(2) = 7 > 0$

ومنه يوجد جذر للمعادلة $f(x) = 0$ في المجال $[1,2]$ وليكن α

تأكدنا أنه يوجد جذر ثم نطبق القانون

$$x_1 = \frac{a f(b) - b f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{(1)(7) - (2)(-9)}{7 + 9} = 1.5625$$

$f(x_1) = -3.3684 < 0 \Longrightarrow \alpha \in [1.5625, 2]$

$$x_2 = \frac{\overset{x_1}{(1.5625)}\overset{f(b)}{(7)} - \overset{b}{(2)}\overset{f(x_1)}{(-3.3684)}}{7 + 3.3684} = 1.7046$$

$f(x_2) = -0.664 < 0 \Longrightarrow \alpha \in [1.7046, 2]$

$$x_3 = \frac{(1.7046)(7) - (2)(-0.664)}{7 + 0.664} = 1.7301$$

نلاحظ أن: $|x_3 - x_2| = 0.0255 < \varepsilon$

ومنه $\alpha \simeq x_3 = 1.7301$

تمرين (2): باستخدام طريقة الخواطئ أوجد جذر تقريبي للمعادلة

$$f(x) = 3x + \sin x - e^{x} = 0$$

في المجال $[1,2]$ بدقة $\varepsilon = 0.02$

الحل: نلاحظ أن $f(a) = f(1) = 1.1231 > 0$

$f(b) = f(2) = -0.4797 < 0$

ومنه يوجد جذر للمعادلة $f(x)=0$ في المجال $[1,2]$

وليكن α

$$x_1 = \frac{a f(b) - b f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{(1)(-0.4797) - (2)(1.1231)}{(-0.4797) - (1.1231)}$$

$$x_1 = 1.7007$$

$f(x_1) = 0.6158 > 0 \Longrightarrow \alpha \in [1.7007, 2]$

$$x_2 = \frac{(1.7007)(-0.4797) - (2)(0.6158)}{(-0.4797) - (0.6158)}$$

$$x_2 = 1.8689$$

$f(x_2) = 0.0814 > 0 \Longrightarrow \alpha \in [1.8689, 2]$

الموضوع: .... التاريخ: / /

$$x_3 = \frac{(1.8689)(-0.4797) - (2)(0.0814)}{(-0.4797) - (0.0814)}$$

$$x_3 = 1.8879$$

نلاحظ أن : $|x_3 - x_2| = 0.019 < \varepsilon$

ومنه : $\alpha \simeq x_3 = 1.8879$

وظيفة :- باستخدام طريقة القواطع أوجد جذر تقريبي للمعادلة $f(x) = xe^x - 1 = 0$ في المجال $[0,1]$ بدقة $\varepsilon = 0.05$