في الحقل كل عنصر له مقلوب 2 ← مقلوبها $\frac{1}{2}$

المصفوفات

العنصر الحيادي للحقل هو أول عنصر غير صفري يتم ... الحقل الصفري ... (الحقل).

تعريف: نقول عن المشكل :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots a_{nn} \end{pmatrix} \in M_{(m.n)}(F)$$

سطر — أعمدة — مرتبتها — معرفة على F أي عناصرها من الحقل F

العناصر الموجودة تنتمي لـ R

نقول عن الشكل أنه مصفوفة معرفة على الحقل F وذات مرتبة m.n

مجموعة Q, R ...

مثال :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -5 \end{pmatrix} \in M_{(3\times3)}(\mathbb{R})$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & -5 & 6 \end{pmatrix} \in M_{(2\times3)}(\mathbb{R})$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in M_{(2\times2)}(\mathbb{R})$$

$$A_4 \begin{pmatrix} 1 & 1-i \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \in M_{(3\times2)}(\mathbb{C}) \rightarrow \text{عقدية}$$

$$A_5 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in M_{(1\times5)}(\mathbb{R})$$

كل مصفوفة هي قطرية لكن العكس غير صحيح
∴ سلمية
صفرية ≠ مثلثية عليا

مصفوفات هامة:

1) المصفوفة الصفرية: كل عناصرها أصفار

2) " المربعة: هي مصفوفة عدد أسطرها يساوي عدد الأعمدة

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad (1)$$

3) المصفوفة الواحدية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ماعدا عناصر القطر الرئيسي كل منها = 1 (وليس -1) ونرمز للمصفوفة الواحدية ذات المرتبة $n \times n$ بالرمز I_n ، مثال:

$$I_1 = (1), \quad I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4) المصفوفة القطرية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار عدا عناصر القطر الرئيسي ليس جميعها أصفار واحد على الأقل ليس 0

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5) المصفوفة السلمية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار عدا عناصر قطرها الرئيسي تكون متساوية ولا تساوي الصفر

$$A_1 = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} ; \lambda \neq 0$$

6) المثلثية العليا: هي مصفوفة مربعة عناصرها التي تقع تحت القطر الرئيسي أصفار:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7) مثلثية دنيا: هي مربعة جميع عناصرها الواقعة فوق القطر الرئيسي أصفار

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

8) المصفوفة المتناظرة: مربعة عناصرها متناظرة بالنسبة إلى القطر الرئيسي

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

تعريف: نقول عن مصفوفة $A \in M_{(m\times n)}(F)$ أنها مدرجة إذا تحقق

1) العنصر الأول الغير صفري في السطر الغير صفري هو (1) ونسميها العنصر الرائد (بكل سطر أول عنصر $\neq 0$ هو العنصر الرائد)

2) العنصر الرائد في السطر الغير صفري يقع على يمين العنصر الرائد في السطر الذي يسبقه

3) الأسطر الغير صفرية تسبق الأسطر الصفرية (إن وجدت)

تعريف: نقول عن مصفوفة $A \in M_{(m\times n)}(F)$ أنها مدرجة مختزلة إذا كانت مدرجة وتحقق أن العنصر الرائد في عامود ما هو العنصر الوحيد الغير صفري.

مثال:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

مدرجة غير مختزلة

مدرجة ولكن غير مختزلة

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

مدرجة مختزلة