الموضوع: الاستيفاء الداخلي التاريخ: 25/10/

ليكن لدينا مجموعة من النقاط $(x_n, y_n), \ldots, (x_1, y_1), (x_0, y_0)$

في المستوي وليكن $y = f(x)$ تابع معرف بشكل نقطي كما يلي:

x	$x_0 \quad x_1 \ldots\ldots x_n$
$y=f(x)$	$y_0 \quad y_1 \ldots\ldots y_1$

نعرف مسألة الاستيفاء: بأنها عملية إيجاد تابع حدودي $P_n(x)$ من الدرجة n يمر من هذه النقاط أي يحقق الشرط

$P_n(x_i) = y_i \; : i = 0, 1, \ldots n$

إذا كانت نقطتين رح يعطينا مستقيم
إذا كانت ثلاث نقاط رح يعطينا قطع مكافئ

حيث نسمي: $x_0, x_1, \ldots x_n$ نقاط الارتكاز

(لأن المنحني يرتكز عليها)

★ طرق الاستيفاء الداخلي:

أولاً: الطريقة العامة في الاستيفاء:

ليكن $y = f(x)$ تابع معرف بالجدول التالي:

x	$x_0 \; x_1 \ldots\ldots x_n$
y	$y_0 \; y_1 \ldots\ldots y_n$

ولتكن $P_n(x)$ الحدودية الملائمة للتابع $y = f(x)$

من الشكل: $P_n(x) = a_n x^n + \ldots\ldots a_1 x + a_0$

لدينا $P_n(y) = y_i \; : \; i = 0, 1, \ldots n$ ومنه

$a_n x_0^n + \ldots\ldots + a_1 x_0 + a_0 = y_0$

$$a_n x_1^n + \dots + a_1 x_1 + a_0 = y_1$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$a_n x_n^n + \dots a_1 x_n + a_0 = y_n$$

وهي جملة $(n+1)$ معادلة خطية بـ $(n+1)$ مجهول $a_n, \dots, a_1, a_0$
وحلها نستخدم الطرق المعروفة مثلاً طريقة كرامر

تذكرة:

نحسب محدد الأمثال:

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_0^n & \dots & x_0 & 1 \\ x_1^n & & x_1 & 1 \\ \vdots & & \vdots & \\ x_n^n & & x_n & 1 \end{vmatrix}$$

بعده $n+1$

إذا كان $\Delta \neq 0$ للجملة حل وحيد ثم نقوم باستبدال عامود الثوابت $\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$ بالعمود الأول ثم الثاني فنحصل على $\Delta_0, \Delta_1, \dots \Delta_n$

فيكون: $a_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$; $i = 0, 1, \dots, n$

تمرين (1): باستخدام الطريقة العامة للاستيفاء أوجد حدودية الاستيفاء الملائمة للتابع $y = f(x)$ المعرف بالجدول التالي:

x	0	1	2	3
$y=f(x)$	-2	1	0	-1

ثم احسب بشكل تقريبي $f(1.5)$

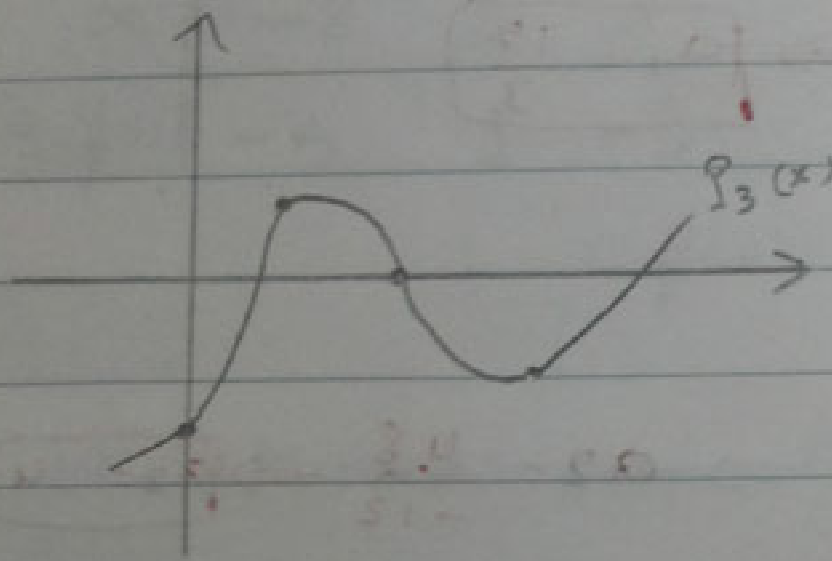
الموضوع:

التاريخ: / /

الحل: نلاحظ أن حدودية الاستيفاء اللازمة من الدرجة الثالثة ولتكن:

$$P_3(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

نعوض فنجد:



$$a_3(0)^3 + a_2(0)^2 + a_1(0) + a_0 = -2$$

$$\Longrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$a_3(1)^3 + a_2(1)^2 + a_1(1) + a_0 = 1$$

$$a_3(2)^3 + a_2(2)^2 + a_1(2) + a_0 = 0$$

$$a_3(3)^2 + a_2(3)^2 + a_1(3) + a_0 = -1$$

نلاحظ: أن $a_0 = -2$ فنجمع المعادلات:

$$a_3 + a_2 + a_1 = 3$$

$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 2$$

$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 1$$

3 معادلات و 3 مجاهيل افضل طريقة هي كرامر

لازم المحافظة على الترتيب a_1 تحتها a_1 والزائد تحت بعض..

نطبق طريقة كرامر:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 \\ 27 & 9 & 3 \end{vmatrix} = (12-18) + (54-24) + (72-108)$$

$$= -6 + 30 - 36 = -12 \neq 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 8 & 4 & 2 \\ 27 & 9 & 1 \end{vmatrix} = (4-18) + (54-8) + 3(72-108)$$

$$= -14 + 46 - 108 = -76$$

$$\Longrightarrow a_1 = \frac{-76}{-12} \Longrightarrow \boxed{a_1 = \frac{19}{3}}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 8 & 2 & 2 \\ 27 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 48 \Longrightarrow a_2 = \frac{48}{-12} \Longrightarrow \boxed{a_2 = -4}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 9 & 3 \end{vmatrix} = -8 \Longrightarrow a_3 = \frac{-8}{-12} \Longrightarrow \boxed{a_3 = \frac{2}{3}}$$

25 دقيقة

ومنه $P_3(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + \frac{19}{3}x - 2$ بهذا الشكل أوجدت الجدولية

$$\boxed{f(1.5) \simeq f_3(1.5) = \frac{3}{4}}$$

شف بعرضه
أنوجي الجدولية
مرين النقاط
قوم بتعويض
ال ال x
لأرقام المكتوبة
الجدول
م الجواب
طلع نفس
y

تمرين (2): باستخدام الطريقة العام للاستيفاء أوجد حدودية الاستيفاء الملائمة للتابع $y=f(x)$ المعرف بالجدول التالي:

x	-2	1	3
$y=f(x)$	-5	1	-5

ثم احسب بشكل تقريبي $f(0)$

الحل: نلاحظ أن حدودية الاستيفاء الملائمة من الدرجة الثانية ولتكن:

$$P_2(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$$

نعوض فنجد:

$$a_2(-2)^2+a_1(-2)+a_0=-5$$
$$a_2(1)^2+a_1(1)+a_0=1$$
$$a_2(3)^2+a_1(3)+a_0=-5$$

$$4a_2-2a_1+a_0=-5$$
$$a_2+a_1+a_0=1$$
$$9a_2+3a_1+a_0=-5$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}4 & -2 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 9 & 3 & 1\end{vmatrix}=-30\neq 0$$

الموضوع: التاريخ: / /

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} 4 & -2 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & -5 \end{vmatrix} = -30$$

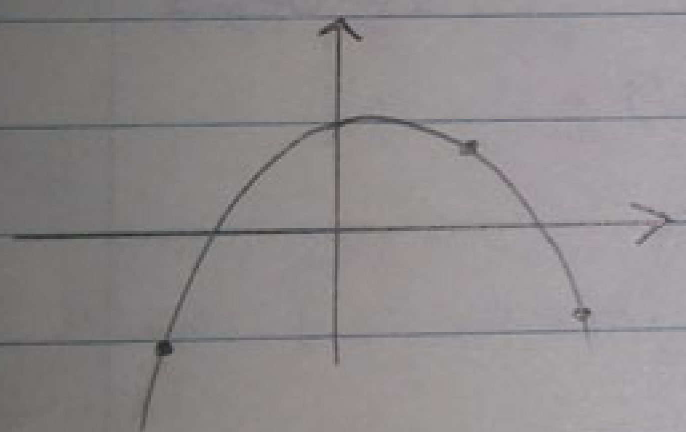
$\Rightarrow a_0 = 1$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & -5 & 1 \end{vmatrix} = -30$$

$\Rightarrow a_1 = 1$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -5 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 30$$

$\longrightarrow a_2 = -1$



$$\boxed{P_2(x) = -x^2 + x + 1}$$

نقوم بالتحقق

$-(-2)^2 + (-2) + 1 = -5$

$-(1)^2 + (1) + 1 = 1$

$-(3)^2 + (3) + 1 = -5$

- كيف عرفت هذه الـــثة ؟ أوضح مثلاً

$P_2(x) = +x^2 + x + 2$

x	1	5	3
y			

نضع الـ x كل كيفنا مثلاً

نعوض بـ $P_2(x)$

يطلع عندي الـ y

الموضوع: التاريخ: / /

وظيفة:

باستخدام الطريقة المباشرة أوجد حدودية الاستيفاء التالي

x	-1	0	2	3
$y=f(x)$	3	-1	2	0