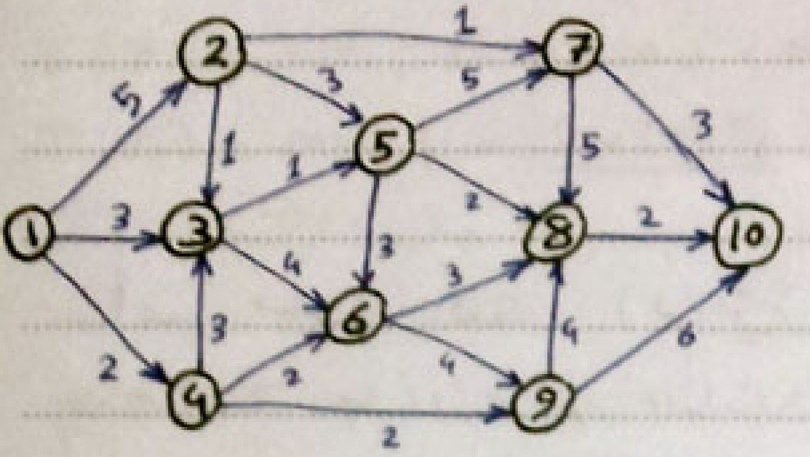
2014 / 10 / 26

المحاضرة السادسة

تمرين : ليكن البيان التالي :

- طبق خوارزمية أقصر طريق
- أوجد التدفق الأعظمي
- طبق خوارزمية ديكسترا



خوارزمية أقصر طريق :

لا نأخذ الطريق الذي لا يؤدي للعقدة

$u_1 = 0$

$u_2 = \min\{u_1 + d_{12}\} = \min\{5\} = 5$

$u_3 = \min\{u_1 + d_{13},\ u_2 + d_{23}\} = \min\{3, 6\} = 3$

$u_4 = \min\{u_1 + d_{14}\} = \min\{2\} = 2$

$u_5 = \min\{u_2 + d_{25},\ u_3 + d_{35}\} = \min\{8, 4\} = 4$

$u_6 = \min\{u_3 + d_{36},\ u_4 + d_{46},\ u_5 + d_{56}\} = \min\{7, 4, 8\} = 4$

$u_7 = \min\{u_2 + d_{27},\ u_5 + d_{57}\} = \min\{6, 9\} = 6$

$u_8 = \min\{u_5 + d_{58},\ u_6 + d_{68},\ u_7 + d_{78}\} = \min\{6, 7, 11\} = 6$

$u_9 = \min\{u_4 + d_{49},\ u_6 + d_{69}\} = \min\{4, 8\} = 4$

$u_{10} = \min\{u_7 + d_{7\,10},\ u_8 + d_{8\,10},\ u_9 + d_{9\,10}\} = \min\{9, 8, 10\} = 8$

أقصر طريق هو : $1 \xrightarrow{3} 3 \xrightarrow{1} 5 \xrightarrow{2} 8 \xrightarrow{2} 10$

خوارزمية ديكسترا

فيها خطأ

$P(1) = 0$

$\rightarrow P(2) = ?$

$T(2) = \infty,\ T(3) = \infty,\ T(4) = T(5) = T(6) = T(7) = T(8) = T(9) = T(10) = \infty$

$d_{12} = 5,\ d_{13} = 3,\ d_{14} = 2,\ d_{15} = d_{16} = d_{17} = d_{18} = d_{19} = d_{1\,10} = \infty$

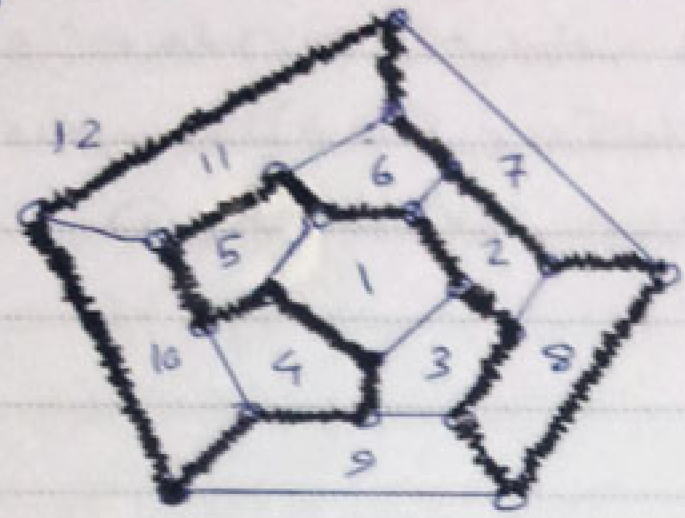
$T(2) = \min\{T(2),\ P(1) + d_{12}\} = \min\{\infty,\ 0 + 5\} = 5$

$T(3) = \min\{T(3),\ P(1) + d_{13}\} = \min\{\infty,\ 0 + 3\} = 3$

Round World Problem (Hammultem Problem)

دائرة هاملتون هي دائرة تمر على جميع عقد البيان دون تكرار الأضلاع أو العقد.

مثال لدائرة هاملتون



Travel problem (Traveling Algorithm)

1) Problem ⟶ Graph
2) Graph ⟶ Matrix
3) Operations :

$$u_i = \min_j d_{ij}$$

$$v_j = \min_i (d_{ij} - u_i)$$

$$d_{ij} = \min_j (d_{ij} - u_i - v_j)$$

4) Matrix ⟶ $\begin{cases} \text{part 1 Matrix} \\ \text{part 2 Matrix} \end{cases}$

نختار ضلع من البيان (قيمة الضلع) بحيث تكون المجموعة الأولى تمثل الضلع الذي يقع في دائرة هاملتون والمجموعة الثانية تمثل دوائر هاملتون التي لا يكون فيها هذا الضلع عنصر.

نختار القيمة الصغرى وبالتالي نختار إحدى المجموعتين وهكذا نتابع حتى نصل إلى دائرة هاملتون المطلوبة.

T.R Algorithm:

Step 1: $T : D \longrightarrow D^\circ$

يمكن التطبيق T من تخفيض مصفوفة البيانات

بحيث نحصل على أصغر بيان (يحوي الحد الأدنى من دوائر هاملتون)

وهذه الدائرة تمثل الكلفة الأصغرية.

D هي مصفوفة البيانات D° المصفوفة المخفضة.

$$T(d_{ij}) = d_{ij} - v_j - u_i$$

$$u_i = \min_j (d_{ij})$$

$$v_j = \min_i (d_{ij} - u_i)$$

كلفة الدائرة في كل خطوة من الخطوات تحسب بالعلاقة:

$$\text{Cost}(C) = \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j$$

الكلفة الأصغرية التي نحصل عليها بهذه الطريقة ربما لا تكون الكلفة الحقيقية. وعادة تكون أصغر أو تساوي الكلفة الحقيقية.

Step 2: $D^\circ \longrightarrow \begin{cases} D^{\circ'} \\ D^{\circ''} \end{cases}$

D° هي المصفوفة المخفضة: نوجد فيها جميع دوائر هاملتون ونختار الدائرة ذات الكلفة الأصغرية. أي نوجد دوائر هاملتون Γ° توافق المصفوفة D° ونختار الكلفة الأصغرية $\text{cost}(\Gamma^\circ)$ حيث Γ°

تقسم المجموعة Γ° إلى مجموعتين: Γ° مجموعة دوائر هاملتون

$\Gamma^{\circ''}$ $\Gamma^{\circ'}$: $\Gamma^\circ = \Gamma^{\circ'} \cup \Gamma^{\circ''}$

$\wedge \; \Gamma^{\circ'} \cap \Gamma^{\circ''} = \phi$

في الواقع تتم عملية التقسيم من خلال اختيار الضلع d_{ij} في البيان

حيث تمثل الدوائر $\Gamma^{\circ'}$ دوائر هاملتون التي لا تحوي هذا الضلع

و $\Gamma^{\circ''}$ دوائر هاملتون التي تحوي هذا الضلع

بناءً على ذلك نحصل على المصفوفتين $D^{\circ'}$ و $D^{\circ''}$

$D^{\circ\prime}$ هي المصفوفة الموافقة للبيان الذي لايحوي هذا الضلع

$D^{\circ\prime\prime}$ هي المصفوفة الموافقة للبيان الذي يحوي هذا الضلع

نحسب الكلفة الأصغرية لكل من البيانين وفق مايلي :

$$\text{cost}(r^{\circ\prime}) = \text{cost}(r^{\circ}) + \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j$$

$$\text{cost}(r^{\circ\prime\prime}) = \text{cost}(r^{\circ}) + \sum u_i + \sum v_j$$

وبذلك نستطيع اختيار البيان الذي سنتابع تطبيق الخوارزمية عليه

باختيار البيان الذي يكون فيه $\text{cost}(r) = \min\left(\text{cost}(r^{\circ\prime}), \text{cost}(r^{\circ\prime\prime})\right)$

ثم نعاود تنفيذ الخوارزمية على البيان الذي تم اختياره أي نعاود تطبيق T.

مثال : ليكن لدينا المصفوفة التالية التي تمثل بيان :

$$\begin{bmatrix} \infty & 6 & 6 & 8 & 5 & 7 \\ 3 & \infty & 5 & 12 & 4 & 10 \\ 4 & 5 & \infty & 15 & 10 & 7 \\ 6 & 7 & 3 & \infty & 6 & 3 \\ 8 & 6 & 8 & 10 & \infty & 8 \\ 9 & 4 & 2 & 7 & 5 & \infty \end{bmatrix}$$

١- ارسم البيان الموافق له.

٢- طبق T.R Algorithm

-١