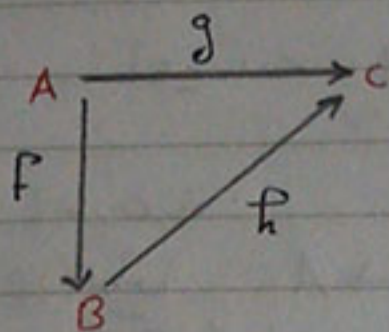
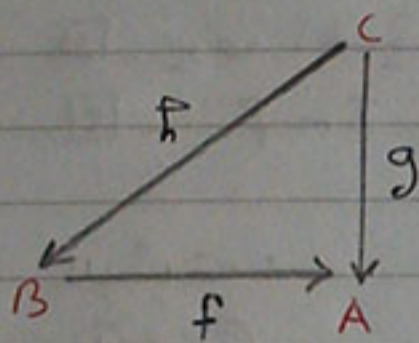


المحاورة الرابعة:

عمودية:



ليكن $g: A \rightarrow C$ و $f: A \rightarrow B$
 تشكّلان مودوليان مما هي الشروط الواجب توافرها
 لوجود تشكّل مودولي $h: B \rightarrow C$ حيث $h \circ f = g$
 وهل h وحيد؟



ليكن $g: C \rightarrow A$ و $f: B \rightarrow A$
 مودوليان مما هي الشروط الواجب توافرها لوجود تشكّل
 مودولي $h: C \rightarrow B$ حيث $f \circ h = g$ وهل h
 وحيد؟

جواباً على ما سبق لنأخذ المبرهنات التالية:

مبرهنة:

- إذا كان $f: A \rightarrow B$ و $g: A \rightarrow C$ تطبيقين فإن القضيّتين التاليتين متكافئتان:
1. يوجد تطبيق $h: B \rightarrow C$ يقف $g = h \circ f$
 2. أيّا كان $x, y \in A$ حيث $f(x) = f(y)$ فإن $g(x) = g(y)$

الإثبات: ② \Leftrightarrow ①

$$\forall x, y \in A ; f(x) = f(y)$$

$$g(x) = (h \circ f)(x) = h(f(x))$$

$$= h(f(y)) = (h \circ f)(y) = g(y)$$

① \Leftrightarrow ② : لنأخذ الصورة $t: \text{Im } f \rightarrow C$

$$\forall x \in A, y \in \text{Im } f ; t(y = f(x)) = g(x)$$

لنرصد على أن هذه الصورة هي تطبيق.

إذا كان $f(x_1) = f(x_2)$ فإنه حسب الفرض $g(x_1) = g(x_2)$

$$t(f(x_1)) = t(f(x_2)) \Leftrightarrow g(x_1) = g(x_2)$$

لنأخذ محدود t إلى B حيث $h: B \rightarrow C$

$$\forall b \in B ; h(b) = \begin{cases} t(b) & \text{if } b \in \text{Im } f \\ c_0 \in C & \text{if } b \notin \text{Im } f \end{cases}$$

1 / 1
II f متباينة

2 - يوجد $g: B \rightarrow A$ بحيث $g \circ f = I_A$

3 - f قابل للافتزال من اليسار إذا كان

$$f \circ h = f \circ k \Rightarrow h = k$$

والعكس صحيح:

II, f تطبيق فترن $A \rightarrow B$

$$f \text{ متباينة } \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

وهذا يصبح إذا كانت قاعدة الربط عو لبردة

III, إذا كان f "تأكل" فإن $\ker f = 0$ $\Leftrightarrow f$ متباينة

III, f تطبيق والقصد بالآلية فتكافئة:

IV - f عاصر

2 - يوجد تطبيق $g: B \rightarrow A$ حيث $f \circ g = I$

3 - f قابل للافتزال من اليمين إذا كان $h \circ f = k \circ f \Rightarrow h = k$

انتهت المحاضرة...