

طريقة نيوتن الخلفية في حالة عقد

متساوية البعد فيما بينها

سر عند $x = x_n$ تابع معروف عند نقاط الانكسار x_0, x_1, \dots, x_n

الربطة متساوية والمتساوية البعد فيما بينها حيث

$$x_{i+1} - x_i = h \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

نعرف المؤثر القاصي ∇ كما يلي
بدا

$$\nabla y_i = y_i - y_{i-1} \quad i = 1, \dots, n$$

حيث x_i هي هذه الفروق الخلفية الكوكبية للتابع $y = f(x)$

بنفس الطريقة نعريف الفروق الخلفية الثانية والثالثة... كما يلي:

$$\Delta^2 y_i = \nabla(\nabla y_i) = \nabla(y_i - y_{i-1})$$

$$= y_i - y_{i-1} - y_{i-1} + y_{i-2}$$

$$= y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2} \quad i = 2, \dots, n$$

للتناوب i من 2 من أجل i

$$\Delta^3 y_i = y_i - 3y_{i-1} + 3y_{i-2} - y_{i-3}$$

$i = 3, \dots, n$

$$\Delta^m y_i = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (-1)^k y_{i-k} \quad i = m, \dots, n$$

$$x = x_n + th$$

بمركب تغيير بالمتحول

$$t = \frac{x - x_n}{h}$$

فيكون

فكون حدودية الاستيفاء الملائمة للتابع $y = f(x)$ حسب
نوتن الخلفية التالية:

$$\bar{P}_n(t) = y_n + \binom{t}{1} \nabla y_n + \binom{t+1}{2} \nabla^2 y_n + \dots$$

$$+ \dots + \binom{t+n-1}{n} \nabla^n y_n$$

للحفظ

$$x = x_n \Rightarrow t = 0, \quad \bar{P}(0) = y_n$$

نوتن الاطراف

0	1	n
x_0	x_1	x_n

$$x = x_{n-1} \Rightarrow t = -1, \quad \bar{P}(-1) = y_{n-1}$$

نوتن الخلفية

n	n-1	0
x_0	x_1	x_n

$$x = x_0 \Rightarrow t = -n, \quad \bar{P}(-n) = y_0$$

تمرين (1): باستخدام طريقة نوتن الخلفية أو جد حدودية
الاستيفاء الملائمة للتابع $y = f(x)$ المطرف بالجدول

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$y = f(x)$	0.61	1.09	1.58	2.09

الحل: نلاحظ ان نقاط الارتكاز متساوية البعد فيما بينها حيث

$$x_n = 2.4, \quad h = 0.1, \quad n = 3$$

نحزب تغير المتحول:

$$t = \frac{x - x_n}{h} = 10x - 24$$

نكتب جدول الفروق الخلفية

x	2.1	2.2	2.3	2.4
y	0.61	1.09	1.58	2.09
∇y		0.48	0.49	0.51
$\nabla^2 y$			0.01	0.02
$\nabla^3 y$				0.01

ملاحظة
في الجدول

فإننا نستخدم الاستيفاء حسب نيوتن الخالية:

$$\bar{P}_3(t) = y_3 + \binom{t}{1} \nabla y_3 + \binom{t+1}{2} \nabla^2 y_3 + \binom{t+2}{3} \nabla^3 y_3$$

$$= y_3 + t \nabla y_3 + \frac{t(t+1)}{2} \nabla^2 y_3 + \frac{t(t+1)(t+2)}{6} \nabla^3 y_3$$

$$2.09 + (10x - 24) 0.51 + \frac{(10x - 24)(10x - 23)}{2} (0.02)$$

$$+ \frac{(10x - 24)(10x - 23)(10x - 22)}{6} (0.01)$$

$$\boxed{P_3(x) = \frac{10}{6} x^3 - \frac{21}{2} x^2 + \frac{161}{6} x - 24.87}$$

عليها تقريباً

7 على 10

هذا كثير مهم

الخوا

النما

تمرين (2) : أوجد حدودية الاستيفاء الملائمة للتابع $y = f(x) = e^x$ المعروف عند التقاطع 0, 1, 2 بطريقة نيوتن الكاماسية ثم الخلفية واحده بشكل تقريبي والخطأ المرتكب $e^{(1.2)}$, $e^{(1.5)}$

الحل: نلاحظ أن تقاطع الكارتكاز متساوية البعد فيما بينها

لـ نيوتن الكاماسية:

$x_0 = 0, h = 1, n = 2$

نحري تغير المتحول:

$t = \frac{x - x_0}{h} = x$

نكتب جدول الفروق:

x	0	1	2
y	1	2.7182	7.389
Δy		1.7182	4.6708
$\Delta^2 y$			2.9526

حدودية الاستيفاء حسب نيوتن الكاماسية:

$$\begin{aligned} \bar{P}_2(t) &= y_0 + \binom{t}{1} \Delta y_0 + \binom{t}{2} \Delta^2 y_0 \\ &= y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2} \Delta^2 y_0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P_2(x) = 1 + x(1.7182) + \frac{x(x-1)}{2}(2.9526)$$

$$\Rightarrow P_2(x) = 1.4763x^2 + 0.2419x + 1$$

أما بالسببة لنوترنا الخلفية:

$$x_2 = 2, \quad h = 1, \quad n = 2$$

نحوي تغيير بالمقول:

$$t = \frac{x - x_2}{h} = x - 2$$

حدد الوقت سيلا نفسه لكن تأخذ الصيغة السابقة

$$\bar{P}_2(t) = y_2 + \binom{t}{1} \nabla y_2 + \binom{t+1}{2} \nabla^2 y_2$$

$$= y_2 + t \nabla y_2 + \frac{t(t+1)}{2} \nabla^2 y_2$$

$$\Rightarrow P_2(x) = 7.389 + (x-2)(4.6708) + \frac{(x-2)(x-1)}{2}(2.9526)$$

$$\Rightarrow P_2(x) = 1.4763x^2 + 0.2419x + 1$$

حساب الخطأ المرتكبة

$$e^{(1.2)} \approx P_2(1.2) = 3.4161$$

$$e^{(1.2)} = 3.3201$$

$$M = \max_{0 \leq x \leq 2} |e^x| = 7.389$$

$$\omega(1.2) = (1.2)(0.2)(-0.8) = -0.192$$

$$|e(1.2)| \leq \frac{(7.389)(0.192)}{6} = 0.2364$$

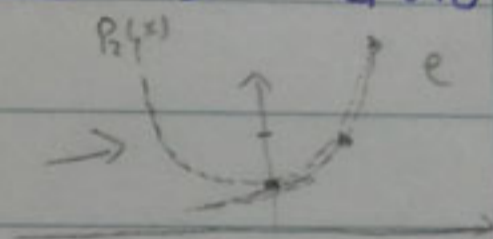
(1.5)

$$e \approx P_2(1.5) = 4.6849$$

$$e^{1.5} = 4.4816$$

$$|e(1.5)| \leq \frac{(7.389)(0.379)}{6} = 0.4618$$

طالع عندي قطع وكافض بيرمنا نقاط



وظيفة: أكد التمرين السابق من أجل $0, -1, -2$
 $y = f(x) = e^x$

$$\frac{1}{e^{1.2}}, \frac{1}{e^{1.5}}$$

نم اصب دة على تقوي
 والنظا المرتكيب

توتن
 الحفة
 نتون
 نالعة
 أكد
 هنا

وظيفة (0.3):

(تابع متراب)	0	0.1	0.2	0.3
$y = f(x)$	-1	-0.98	-0.91	-0.79

اصبه بطريقة توتن الا ما سة نم الحفة