أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' = \frac{2x+y-2}{6x+3y+1}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad , \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{3}$$

ومنه المستقيمات متوازية.

$$z = 2x+y \Rightarrow dz = 2dx + dy \Rightarrow \frac{dz}{dx} = 2 + \frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 2$$

نعوض.

$$\frac{dz}{dx} - 2 = \frac{z-2}{3z+1}$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{z-2}{3z+1} + 2 = \frac{z-2+6z+2}{3z+1}$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{7z}{3z+1}$$

قابلة لفصل المتحولات

$$\frac{(3z+1)\,dz}{7z} = dx$$

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{z}\right) dz = dx$$

بالتكامل

$$\frac{3}{7} z + \frac{1}{7} \ln|z| = x + c$$

نعوض بقيمة z

$$\frac{3}{7}(2x+y) + \frac{1}{7} \ln|2x+y| = x + c$$

/ /

$y' = \sin^2(x-y)$ (2)

نفرض $z = x - y$

$y = x - z$

نعوض في المعادلة $y' = 1 - z'$

$1 - z' = \sin^2(z)$

$z' = 1 - \sin^2(z)$

$z' = \cos^2(z)$

$\frac{dz}{dx} = \cos^2(z)$

قابل لفصل المتحولات

$\frac{dz}{\cos^2(z)} = dx$

$tg(z) = x + c$

$z = arc\,tg(x + c)$

نعوض z بقيمتها

$x - y = arc\,tg(x+c)$

$y = x - arc\,tg(x+c)$

$(*)$ --- $y'(x+y)^2 = 1$ (3)

نفرض $z = x + y$

$y = z - x$

$y' = z' - 1$

نعوض في المعادلة

$y' = \frac{1}{(x+y)^2}$ من $(*)$

$z' - 1 = \frac{1}{z^2}$

$$z' = \frac{1}{z^2} + 1 = \frac{1+z^2}{z^2}$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1+z^2}{z^2}$$

قابلة لفصل المتحولات

$$\frac{z^2\,dz}{1+z^2} = dx$$

$$\frac{z^2+1-1}{z^2+1}\,dz = dx$$

$$\left(1 - \frac{1}{z^2+1}\right) dz = dx$$

بالتكامل

$$\Rightarrow \quad z - \operatorname{arctg}(z) = x + c$$

نعوض z بقيمتها

$$x + y - \operatorname{arctg}(x+y) = x + c$$

---

4)

$$y' - \frac{2x}{x^2+3}\,y = (x^2+3)\cos x$$

[illegible] برنولي / [illegible]؟

---

5)

$$(3x^2 + 6xy^2)\,dx + (6x^2y + 4y^3)\,dy = 0$$

موجودة بالنوطة؟

---

6)

$$(x + y + 1)\,dx + (x - y^2 + 3)\,dy = 0$$

موجودة بالنوطة؟

---

7)

$$\left(\frac{y}{x^2} + x\right) dx - \frac{1}{x}\,dy = 0$$

$$M(x,y) = \left(\frac{y}{x^2} + x\right) \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{1}{x^2}$$

$$N(x,y) = -\frac{1}{x} \Rightarrow \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{1}{x^2}$$

إذاً المعادلة تامة

$$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx + \ell(y)$$

$$= \int \left(\frac{1}{x^2} y + x\right) dx + \ell(y)$$

$$F(x,y) = \tfrac{1}{2} x^2 - \tfrac{y}{x} + \ell(y)$$

$$\frac{F(x,y)}{\partial y} = 0 - \tfrac{1}{x} + \ell'(y) = N(x,y)$$

$$\ell'(y) = +\tfrac{1}{x} - \tfrac{1}{x}$$

$$\ell'(y) = 0 \Rightarrow \ell(y) = c$$

ونتابع

المنحنى .