كيف نستدل على نوع المسألة (حسب حلولها) من خلال طريقة السمبلكس ؟

* **المسألة غير محدودة:** (الحل موجود في اللانهاية)

نستدل على هذه الحالة إذا كانت جميع عناصر عمود الدوران في إحدى الخطوات عناصر سالبة

مثال:

	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	1	1	-3	0	4
s_1	2	0	-4	1	7
	-3	0	5	0	

* **المسألة مستحيلة الحل:** (منطقة الحلول فارغة)

نستدل على هذه الحالة عندما يحوي الجدول النهائي للسمبلكس متحولات اصطناعية كمتحولات أساسية

مثال:

	x_1	x_2	s_1	a_2	
a_2	1	0	5	1	3
x_2	2	1	7	0	4
	-7	0	-3	0	

* **عدد غير منته من الحلول:** (دالة الهدف توازي أحد شروط المسألة).

نستدل على هذه الحالة إذا كان في الجدول النهائي للسمبلكس يوجد متحول غير أساسي وقيمة سطر دالة الهدف المقابلة له تساوي الصفر.

مثال

	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_2	0	1	2	1	2
x_1	1	0	3	2	4
	0	0	0	-3	10

$\Longleftrightarrow$

	x_1	x_2	s_1	s_2	
s_1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1
x_1	1	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}+2$	1
	0	0	0	-3	10

نلاحظ أن كلا الحلين أمثل ويعطيان القيمة نفسها لدالة الهدف $\Leftarrow$ يوجد عدد غير منته من الحلول

* **حل أمثل وحيد:** فيما عدا ذلك.

/ /

الأسعار العادلة للمواد الأولية :

إن شروط المواد الأولية تكون عادةً من الشكل ($\leq$) .

مسألة:

تقوم مصنع بإنتاج نوعين من المفروشات :

النوع الأول يربح 100 ألف ليرة سورية .

النوع الثاني يربح 80 ألف ليرة سورية .

لدى المصنع 6 م² من الخشب

يلزم 2 م² لإنتاج وحدة واحدة من النوع الأول .

ويلزم 1 م² لإنتاج وحدة واحدة من النوع الثاني .

يعمل المصنع 36 ساعة أسبوعياً .

تحتاج القطعة الواحدة من النوع الأول إلى 6 ساعات عمل .

تحتاج القطعة الواحدة من النوع الثاني إلى 9 ساعات عمل .

المطلوب :

1) تحديد عدد القطع من كل نوع الواجب إنتاجها أسبوعياً لتحقيق أكبر ربح ممكن .

2) ماهو السعر العادل لمتر الخشب الواحد ، والسعر العادل لساعة العمل الإضافية ؟

3) هل العرض التالي مربح بالنسبة للمصنع ولماذا :

سعر الخشب الإضافي 40 ألف ل.س للمتر الواحد .

الحل : 1)

$$Z = 100x_1 + 80x_2 \longrightarrow Max$$

شرط الخشب $\quad 2x_1 + x_2 \leq 6$

شرط ساعات العمل $\quad 6x_1 + 9x_2 \leq 36$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الجدول النهائي للسيمبلكس من محاضرة سابقة (الرابعة) :

	x_1	x_2	S_1	S_2	
x_1	1	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{-1}{12}$	$\frac{3}{2}$
x_2	0	1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{6}$	3
	0	0	-35	-5	-390

/ /

الحل الأمثل: $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = 3$

$S_1 = S_2 = 0$

قيمة دالة الهدف = 390 ألف ل.س = أكبر ربح ممكن.

2) من الجدول:

S_1 مسؤولة عن الخشب، فالسعر العادل لمتر الخشب الواحد هو القيمة المقابلة لـ S_1 في سطر دالة الهدف بالقيمة المطلقة أي 35 ألف ليرة سورية.

S_2 مسؤولة عن عدد ساعات العمل، فالسعر العادل لساعة العمل الإضافية 5 ألف ل.س

3) العرض غير مربح لأن سعره أكبر من السعر العادل الذي يساوي 35 ألف ل.س.

ملاحظة: إذا كان السعر العادل يساوي الصفر وهذا يعني وجود زيادة في المواد الأولية، وعملياً يعني ذلك أنه لو عُرِضت علينا المادة الأولية مجاناً فذلك لن يغيّر شيئاً في الربح.

مسألة الحل:

هو دراسة مدى تغيّر الحل الأمثل وفقاً إلى تغيّر المعاملات المختلفة سواءً كانت هذه المعاملات مواداً أولية، أيدٍ عاملة، تكاليف، أم أرباحاً ...

ولكن سنهتم فقط بحالة إضافة مادة أولية.

طلبات جديدة على المسألة السابقة:

1) إذا أضفنا d_1 مادة أولية إلى الشرط الأول وكيف سيتغير الحل؟
وما هي الشروط على d_1 ليبقى الحل بالطريقة السابقة مقبولاً؟

2) إذا أضفنا d_2 مادة أولية إلى الشرط الثاني وكيف سيتغير الحل؟
وما هي الشروط على d_2 ليبقى الحل بالطريقة السابقة مقبولاً؟

3) إذا أضفنا d_1, d_2 مواد أولية إلى الشرطين الأول والثاني على الترتيب، وكيف سيتغير الحل؟
وما هي الشروط على كل من d_1, d_2 ليبقى الحل بالطريقة السابقة مقبولاً؟

الحل: (1) الحل الأمثل الجديد :

$$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} d_1$$
$$x_2 = 3 - \frac{1}{2} d_1$$
$$S_1 = S_2 = 0$$

الشرط ليبقى الحل مقبولاً :

$$3 - \frac{1}{2} d_1 \geq 0 \Longrightarrow \frac{1}{2} d_1 \leq 3$$
$$\Longrightarrow \boxed{d_1 \leq 6}$$

(2) الحل الأمثل الجديد :

$$x_1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{12} d_2$$
$$x_2 = 3 + \frac{1}{6} d_2$$
$$S_1 = S_2 = 0$$

الشرط ليبقى الحل مقبولاً :

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{12} d_2 \geq 0 \Longrightarrow \frac{1}{12} d_2 \leq \frac{3}{2}$$
$$\Longrightarrow \boxed{d_2 \leq 18}$$

(3) الحل الأمثل الجديد :

$$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} d_1 - \frac{1}{12} d_2$$
$$x_2 = 3 - \frac{1}{2} d_1 + \frac{1}{6} d_2$$
$$S_1 = S_2 = 0$$

الشروط ليبقى الحل مقبولاً :

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{3}{2} + \frac{3}{4} d_1 - \frac{1}{12} d_2 \geq 0 \\ 3 - \frac{1}{2} d_1 + \frac{1}{6} d_2 \geq 0 \end{array}}$$