المحاضرة الرابعة .. 2014/10/20

أنواع البرامج الخطية :

I) النوع الأول : تأخذ دالة الهدف الشكل :

$$Z = c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \longrightarrow \text{Max}$$

أو $\longrightarrow$ Min

الشروط :

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m \end{cases}$$

$$x_i \geq 0 \quad ; i = 1:n$$

II) النوع الثاني : تأخذ دالة الهدف الشكل :

$$Z = c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \longrightarrow \text{Max}$$

أو (Min)

الشروط :

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n \geq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n \geq b_m \end{cases}$$

$$x_i \geq 0 \quad ; i = 1:n$$

III) النوع الثالث : تأخذ دالة الهدف الشكل :

$$Z = c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \longrightarrow \text{Max}$$

أو Min

الشروط :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$$x_i \geq 0 \quad , i = 1:n$$

IV) النوع الرابع : تأخذ دالة الهدف الشكل :

$$Z = c_1x_1 + \dots + c_nx_n \rightarrow \text{Max}$$

أو Min

الشروط :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{cases}$$

$$x_i \geq 0 \quad , i = 1:n$$

خوارزمية سيمبلكس للنمط I : "قراءة المسائل التي في الكتاب"

أ- نضيف متغيرات خاملة لشروط المسألة وذلك في حالة Min أو Max (تتعدل المتراجحة إلى مساواة) وحينئذ تكون أمثال هذه المتغيرات تساوي (1) ويصبح شكل البرنامج كالتالي:

$$Z = c_1x_1 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max\ (\min)$$

$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + y_1 = b_1$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n + y_m = b_m$$

$$x_i \geq 0 \quad ; i = 1:n \qquad y_j \geq 0 \quad ; j = 1:m$$

2- نضعهم في جدول

الطرف الأيمن R.h	$x_1, \dots, x_n$	$y_1, \dots, y_m$	
b_1	$a_{11} \dots a_{1n}$	1 0 0	y_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
b_m	$a_{m1} \dots a_{mn}$	0 0 1	y_m
0	$-c_1, \dots, -c_n$	0 0 0	Z

المتغيرات التي أمامها الأمثال ← المتغيرات التي أمامها الأصفار

حيث $Z - c_1x_1 - c_2x_2 - \dots - c_nx_n = 0$

ج- نوجد عمود الدوران (وهو العمود المقابل لأصغر قيمة سالبة في دالة الهدف في حالة max)

(وفي حالة min هو العمود المقابل لأكبر قيمة موجبة في دالة الهدف)

وإذا لم أستطع إيجاده أتوقف.

4. نوجد سطر الدوران وهو السطر المقابل لأصغر نسبة (حاصل تقسيم عودة عناصر السطر الثاني على عناصر عمود الدوران عدا عناصر دالة الهدف وذلك في حالة min أو max)

5. نوجد عنصر الدوران (وهو العنصر الناتج من تقاطع عمود الدوران مع سطر الدوران)

6. من خلال عمليات رياضية نجعل جميع عناصر عمود الدوران أصفار عدا عنصر الدوران (1).

7. العودة للخطوة (3)

8. إيجاد الحل الأمثل.

مثال:

حل المسألة الموجودة في المحاضرة السابقة بطريقة سيمبلكس (Simplex)

الحل:

لدينا: $Z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow max$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$
$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$
$$3x_1 + 3x_2 \leq 24$$
$$x_1 , x_2 \geq 0$$

نضيف متغيرات فائضة للمتراجحة فيصبح:

$$Z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow Max$$

$$3x_1 + 2x_2 + y_1 = 18$$
$$2x_1 + 3x_2 - y_2 = 12$$
$$3x_1 + 3x_2 + y_3 = 24$$

نرتبهم في جدول :

عمود المحوران

	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	R.h
y_1	3	2	1	0	0	18
y_2	2	3	0	1	0	12
y_3	3	3	0	0	1	24
Z	-6	-5	0	0	0	0

سطر المحوران

عنصر المحوران

y_1	0	$-\frac{5}{2}$	1	$\frac{-1}{2}$	0	0
x_1	1	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	6
y_3	0	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-3}{2}$	1	6
Z	0	4	0	3	0	36

(جميع العناصر في Z موجبة فهو الحل الأمثل)

ليس الحل الأمثل بسبب وجود قيم سالبة في Z

$x_1 = 6$

$x_2 = 0$

$Z = 36$

نقسم عناصر سطر المحوران على عنصر المحوران ونضعهم في السطر x_1

ثم نضرب عناصر x_1 بـ 3- ونجمع مع y_1

ثم نضرب عناصر x_1 بـ 3- ونجمع مع y_3

ALNAFIIZ.net

مثال 2:

أوجد حل البرنامج بالطريقة البيانية ثم بطريقة خوارزمية Simplex

$$Z = 5x_1 + 6x_2 \longrightarrow Max$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

$$2x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

طريقة Simplex:

$$Z = 5x_1 + 6x_2 \longrightarrow Max$$

$$2x_1 + 3x_2 + y_1 = 18$$

$$2x_1 + x_2 + y_2 = 12$$

$$x_1 + x_2 + y_3 = 8$$

سنضع الجدول في الصفحة التالية

	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	R.h.
y_1	2	3	1	0	0	18
y_2	2	1	0	1	0	12
y_3	1	1	0	0	1	8
Z	-5	-6	0	0	0	0
x_2	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	0	6
y_2	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	1	0	6
y_3	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	0	1	2
Z	-1	0	2	0	0	36
x_2	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	3
x_1	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{18}{4} = 4.5$
y_3	0	0	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{2}$
Z	0	0	$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	40.5

الحل الأمثل $x_1 = 4.5$

$x_2 = 3$

$Z = 40.5$

لا توجد حلول أخرى