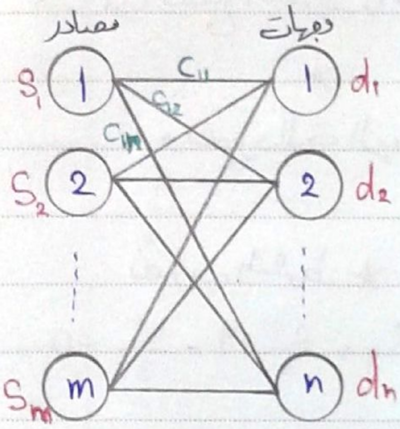
مسائل النقل والشحن والإسناد

مسألة النقل:



تهدف هذه المسألة إلى اختيار الحل الذي يعطي أقل كلفة ممكنة، وذلك لنقل البضائع من m مصدر إلى n وجهة.

c_{ij}: كلفة شحن الوحدة الواحدة من المصدر i إلى الوجهة j.

S_i: الكمية المتوفرة في المصدر i.

d_j: الكمية المطلوبة عند الوجهة j.

* كتابة النموذج الرياضي لمسألة النقل:

* تحديد المتحولات: لتكن x_{ij} = الكمية المنقولة من المصدر i إلى الوجهة j.
* تحديد دالة الهدف: تحديد خطة النقل بأقل كلفة ممكنة:

$$c_{11}x_{11}+c_{12}x_{12}+\dots+c_{1n}x_{1n}+c_{21}x_{21}+c_{22}x_{22}+\dots+c_{mn}x_{mn}\longrightarrow Min$$

$$Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\longrightarrow Min$$

* تحديد شروط المسألة:

أ- شروط المصادر: شرط المصدر i:
$$x_{i1}+x_{i2}+\dots+x_{in}\le S_i$$
حيث: $i=1,\dots,m$

ب- شروط الطلبيات: شرط الوجهة j:
$$x_{1j}+x_{2j}+\dots+x_{mj}=d_j$$
حيث: $j=1,\dots,n$

٣- شروط عدم السلبية:
$$x_{ij}\ge 0 \quad \forall i,j$$

- إذاً فالنموذج الرياضي لمسألة النقل:

$$Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\longrightarrow Min$$
$$x_{i1}+x_{i2}+\dots+x_{in}\le S_i \quad ; i=1,\dots,m$$
$$x_{1j}+x_{2j}+\dots+x_{mj}=d_j \quad ; j=1,\dots,n$$
$$x_{ij}\ge 0 \quad ; i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n$$

/ /

ملاحظة: يمكن لنظرية البيان أن تحل النموذج السابق، ولكن عند إجراء أي تعديل فلا يمكنها ذلك، ومن التعديلات الشائعة:

* إذا كان المطلوب تحقق الطلبيات على الأقل، تصبح شروط الوجهات بالشكل:

$$x_{1j} + x_{2j} + \cdots + x_{mj} \geq d_j \quad ; \quad j = 1, \ldots, n$$

* شرط (1): لا يمكن نقل الطلبية من مصدر i إلى وجهة j إذا كانت أقل من كمية معينة L_{ij}

عندها: $x_{ij} \geq L_{ij}$

* شرط (2): لا يمكن نقل الطلبية من مصدر i إلى وجهة j إذا كانت أكبر من كمية معينة U_{ij}.

عندها: $x_{ij} \leq U_{ij}$

* شرط (3): لا يمكن نقل بضائع من المصدر k إلى الوجهة l، عندها لدينا خيارات:

إما أن نحذف x_{kl} من كامل المسألة

أو نضيف الشرط $x_{kl} = 0$.

مثال: شركة لإنتاج الحديد الصلب، ولهذه الشركة مصنعان:

المصنع الأول في حلب وينتج 50 طن، والمصنع الثاني في دمشق وينتج 50 طن.

هناك ثلاث طلبيات على الشركة تلبيتها:

الطلبية الأولى في المدينة A: المطلوب 25 طن.

الطلبية الثانية في المدينة B: المطلوب 45 طن.

الطلبية الثالثة في المدينة C: المطلوب 10 طن.

تريد الشركة أن تحدد خطة النقل بأقل كلفة ممكنة، علماً أن كلفة نقل الطن الواحد من الحديد الصلب من المصنع i إلى المدينة j معطى بالجدول التالي:

		25	45	10
		①	②	③
		A	B	C
50	① مصنع حلب	24	30	40
50	② مصنع دمشق	30	40	42

المطلوب:

كتابة النموذج الرياضي لهذه المسألة وإيجاد الحل الأمثل.

/ /

الحل: كتابة النموذج الرياضي:

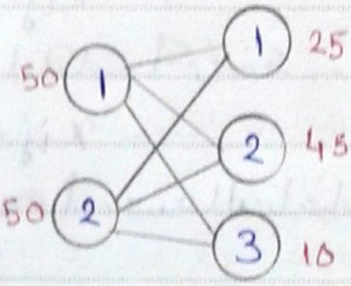
ليكن x_{ij} - الكمية المنقولة من المصدر i إلى الوجهة j.

دالة الهدف:

$$Z = 24x_{11} + 30x_{12} + 40x_{13} + 30x_{21} + 40x_{22} + 42x_{23} \longrightarrow Min$$

الشروط:

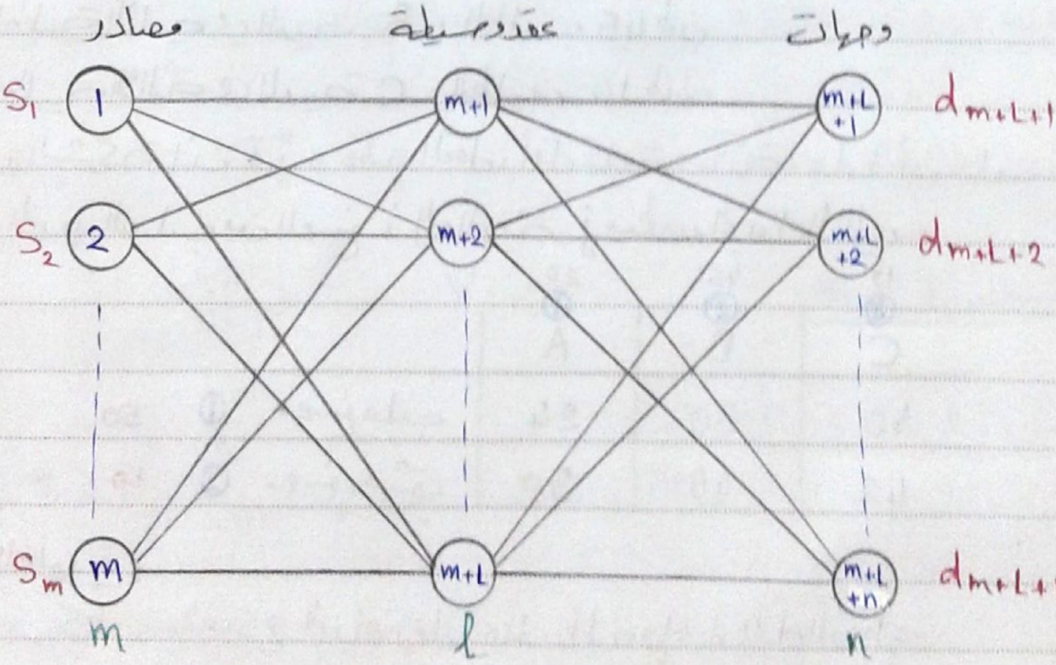
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 50$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 50$$
$$x_{11} + x_{21} = 25$$
$$x_{12} + x_{22} = 45$$
$$x_{13} + x_{23} = 10$$
$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2 \ , \ j = 1, 2, 3 .$$



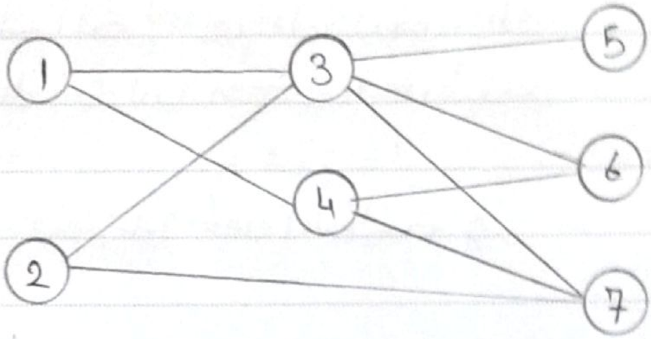
ويتم إيجاد الحل الأمثل إما بطرق نظرية البيان أو بطريقة السمبلكس.

مسألة الشحن:

في مسألة الشحن يمكن أن يتم النقل من خلال عقد وسيطة قبل الوصول إلى الوجهات.



مثال: سوف نشرح كيفية كتابة النموذج الرياضي لمسائل الشحن من خلال المثال:



* تعيين المتغيرات: ليكن x_{ij} = الكمية المنقولة من العقدة i إلى العقدة j.
* دالة الهدف:

$$Z = c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{23}x_{23} + c_{27}x_{27} + c_{35}x_{35} + c_{36}x_{36} + c_{37}x_{37} + c_{46}x_{46} + c_{47}x_{47} \longrightarrow \text{Min}$$

* تعيين شروط المسألة:

أ- شروط المصادر:

$$x_{13} + x_{14} \le S_1$$
$$x_{23} + x_{27} \le S_2$$

٢- شروط العقد الوسيطة:

$$x_{13} + x_{23} = x_{35} + x_{36} + x_{37}$$
$$x_{14} = x_{46} + x_{47}$$

٣- شروط الوجهات:

$$x_{35} = d_5$$
$$x_{36} + x_{46} = d_6$$
$$x_{27} + x_{37} + x_{47} = d_7$$

٤- شروط عدم السلبية:

$$x_{ij} \ge 0 \quad \forall\, i, j$$

* لو كان لدينا الشرط الإضافي: من العقدة 3 إلى المصدر 6 يجب نقل عشر وحدات على الأقل.

يصبح الشرط بدلاً من $x_{36} \ge 0$ يصبح $x_{36} \ge 10$