التاريخ:

الموضوع: المحاضرة ١٤

— ذكر طريقة نيوتن الامامية في حالة تقسيم المدى فيما بينها ؟ —

نفرض ان $y = f(x)$ تابع معرف عند نقاط الارتكاز $x_0, x_1, \ldots, x_n$ الذي تقاعدياً والمتباعدة المدى فيما بينها حيث:

$$x_{i+1} - x_i = h \quad : i = 0, 1, \ldots n-1$$

نعرف المؤثر التفاضلي Δ كما يلي:

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i \quad : i = 0, 1, \ldots, n-1$$

حيث سمي هذا النوع بالفروق الامامية الاولى للتابع $y = f(x)$

بنفس الطريقة نوجد الفروق الامامية الثانية والثالثة كما يلي

$$\Delta^2 y_i = \Delta(\Delta y_i) = \Delta(y_{i+1} - y_i)$$

لا البدء قبل

$$\Delta y_{i+1} - \Delta y_i$$

$$y_{i+2} - y_{i+1} - (y_{i+1} - y_i) = y_{i+2} - y_{i+1} - y_{i+1} + y_i$$

$$y_{i+2} - y_{i+1} - y_{i+1} + y_i$$

$$= y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i \quad : i = 0, 1, \ldots n-2$$

$$\Delta^3 y_i = \Delta(\Delta^2 y_i) = y_{i+3} - 3y_{i+2} + 3y_{i+1} - y_i$$

$$\Delta(y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i) = \Delta y_{i+2} - 2\Delta y_{i+1} + \Delta y_i \qquad i = 0, 1, \ldots n-3$$

$$= y_{i+3} - y_{i+2} - 2(y_{i+2} - y_{i+1}) + (y_{i+1} - y_i)$$

AL ABRASH

التاريخ: / /

الموضوع:

$$\Delta^m y_i = y_{i+m} - \binom{m}{1} y_{i+m-1} + \binom{m}{2} y_{i+m-2} \cdots + (-1)^m y_i$$

$$= \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} (-1)^k y_{i+m-k} \quad ; i = 0, 1, \ldots, n-m$$

التقريب عند x بخرج تغير بالمتحول

$$x = x_0 + th$$

$$t = \frac{x - x_0}{h}$$ منكون

فتكون صيغة نيوتن للتابع $y = f(x)$ حسب الأمامية:

$$\bar{P}_n(t) = y_0 + \binom{t}{1} \Delta y_0 + \binom{t}{2} \Delta^2 y_0 + \cdots + \binom{t}{n} \Delta^n y_0$$

$$x = x_0 \Rightarrow t = 0 \quad , \quad \bar{P}_n(0) = y_0$$

$$x = x_1 \Rightarrow t = 1 \quad , \quad \bar{P}_n(1) = y_1$$

$$x = x_n \Rightarrow t = n \quad , \quad \bar{P}_n(n) = y_n$$

الموضوع:

تمرين 1 : باستخدام طريقة نيوتن الامامية .

أوجد حدودية الاستيفاء للتابع $y = f(x)$

الموف الجدول:

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$y = f(x)$	0.61	1.09	1.58	2.09

ثم احسب بشكل تقريبي $f(2.35)$

الحل: نلاحظ أن نقاط الارتكاز متساوية المسافات بينها حيث

$n = 3$ الحدود هي $h = 0.1$ ، $x_0 = 2.1$

نجري تغيير المتحول .

$$t = \frac{x - x_0}{h} = 10x - 21$$

نكتب جدول الفروق الامامية :

x	x_0 2.1	2.2	2.3	2.4
y	y_0 0.61	1.09 فرقتين	1.58 فرقتين	2.09
Δy		0.48 فرقتين	0.49 فرقتين	0.51
$\Delta^2 y$			0.01 فرقتين	0.02
$\Delta^3 y$				0.01

سطر الفرق الامامي

التاريخ: / /

الموضوع:

متكون صيغة نيوتن الأمامية:

$$\bar{P}_3(t) = y_0 + \binom{t}{1}\Delta y_0 + \binom{t}{2}\Delta^2 y_0 + \binom{t}{3}\Delta^3 y_0$$

$$= y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0$$

$$\Rightarrow P_3(x) = 0.61 + (10x - 21).(0.48) + \frac{(10x-21)(10x-22)}{2}(0.01)$$

$$+ \frac{(10x-21)(10x-22)(10x-23)}{6}(0.01)$$

نفك الأقواس ونجمع أمثال x و x^2 و x^3

$$P_3(x) = \frac{10}{6}x^3 - \frac{21}{2}x^2 + \frac{161}{6}x - 24.87$$

$$f(2.35) \approx P_3(2.35) = 1.8318$$

طريقة ثانية:

$$f(2.35) \approx P_3(2.35) = \bar{P}_3(2.5) = 1.8318$$

الموضوع: التاريخ: / /

تمرين (2):

باستخدام طريقة نيوتن الأمامية أوجد صورة الاستقراء للتابع $y = f(x) = \ln x$ الموافق عن النقاط 1, 2, 3, 4 ثم احسب بشكل تقريبي $\ln(2.7)$ والخطأ المرتكب.

الحل: نلاحظ أن نقاط الارتكاز متساوية البعد فيما بينها حيث

$$x_0 = 1 \quad , \quad h = 1 \quad , \quad n = 3$$

نجري تغير بالمتحول

$$t = \frac{x - x_0}{h} = x - 1$$

نكتب جدول الفروق الأمامية:

x	1	2	3	4
y	0	0.6931	1.0986	1.3862
Δy		0.6931	0.4055	0.2878
$\Delta^2 y$			-0.2876	-0.1179
$\Delta^3 y$				0.1697

فتكون صورة الاستقراء حسب نيوتن الأمامية كما يلي:

الموضوع:

$$\overline{P}_3(t) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0$$

$$\Rightarrow P_3(x) = 0 + (x-1)(0.6931) + (x-1)(x-2)\left(\frac{-0.2876}{2}\right)$$

$$+ (x-1)(x-2)(x-3)\left(\frac{0.1697}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{P_3(x) = 0.0282x^3 - 0.3139x^2 + 1.435x - 1.150}$$

$$\ln(2.7) \approx P_3(2.7) = 0.9937$$

كما في الخطأ المرتكب:

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad f' = \frac{-1}{x^2}, \quad f''' = \frac{2}{x^3}, \quad f^{iv} = \frac{-6}{x^4}$$

$$M = \max_{1 \le \mu \le 4} \left|\frac{-6}{x^4}\right| = 6$$

$$\omega(2.7) = (1.7)(0.7)(-0.3)(-1.3) = 0.4641$$

ومن

$$|e(2.7)| \le \frac{(6)(0.4641)}{24} = 0.116$$

الموضوع:

وظيفة: بنفس الأسلوب السابق:

$$y = f(x) = e^x$$

المطلوب عند $x = -2, -1, 0, 1, 2$

ثم احسب بشكل تقريبي $e^{(0.8)}$ ، $e^{(1.5)}$

(الخطأ المرتكب)