مسألة:

- مصفاة نفط تصدر منتجاتها لشركة مستثمرة ، ولدى دراسة الجدوى الاقتصادية تبين أن الجهة المستثمرة تدفع أموراً إضافية لناقلات النفط والسائقين في حالة الانتظار، لذلك طلبت الشركة المستثمرة من إدارة المصفاة إضافة قناة صنع جديدة للنفط أو تخفيض أسعار المنتجات النفطية بنسبة توازي الأجور المدفوعة لناقلات النفط والسائقين عند الانتظار .
- علماً أن وصول ناقلات النفط إلى المصفاة عشوائي وفق توزيع بواسون بمعدل ناقلتين في الساعة. وأن معدل تعبئة الناقلة يتم عشوائياً وفق توزيع أسي وبمعدل 20 دقيقة ، أي إنه يمكن تعبئة ثلاث ناقلات في الساعة الواحدة إذا سارت الأمور بشكل جيد .
- قامت الشركة بدراسة وصول الناقلات إلى المصفاة فتبين أن 50 % من الناقلات تصل عشوائياً ، علماً أن المصفاة تعمل 8 ساعات يومياً .

المطلوب : 1) حساب احتمال انتظار الناقلة .

2) حساب الوقت المتوقع لانتظار الناقلة .

3) أوجد الانتظار الكلي للناقلات في اليوم الواحد .

ملاحظة: أجرت إدارة المصفاة دراسة لهذه المشكلة فوجدت أنه بإمكانها وضع مضختين صغيرتين أو استئجار مضخة كبيرة علماً أن :

أ- كل مضخة صغيرة تستطيع تعبئة ثلاث ناقلات في الساعة وبتكلفة يومية 150 ألف ل.س.

ب- المضخة الكبيرة تستطيع تعبئة سبع ناقلات في الساعة وبتكلفة يومية 300 ألف ل.س.

ج- تكلفة انتظار الناقلة في الساعة هو 130 ألف ل.س .

* أوجد الخيار الأفضل ذو التكلفة الأصغر.

الحل:

$$\lambda = 2 \quad , \quad u = \frac{60}{20} = 3$$

إن هذه المسألة الآن من النمط الأول .

1) احتمال انتظار الناقلة يساوي احتمال وجود ناقلة في التعبئة ، أي أن تكون المضخة مشغولة ويساوي ρ .

$$\rho = \frac{\lambda}{u} = \frac{2}{3} = 0.66$$

Scanned by CamScanner

2) الوقت المتوقع لانتظار الناقلة:

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{2}{3(3-2)} = \frac{2}{3}$$

3) يعطى الوقت الكلي المتوقع لانتظار الناقلات في اليوم الواحد بالتالي:

عدد الناقلات المستقلة في اليوم الواحد X الوقت المتوقع لانتظار كل ناقلة مستقلة.

- عدد الناقلات المستقلة = عدد الناقلات في اليوم X نسبة الناقلات المستقلة (العشوائية)

ولكن عدد الناقلات في اليوم الواحد = معدل الوصول X عدد ساعات العمل في اليوم الواحد

$$= 2 \times 8 = 16$$

← عدد الناقلات المستقلة $= \frac{1}{2} \times 16 = 8$.

- الوقت المتوقع لانتظار كل ناقلة مستقلة $= W_q$

← الوقت الكلي للانتظار $= 8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3} = 5.3$.

* يتخذ القرار عادة بالمقارنة بين تكاليف الخيارات المطروحة وأخذ الخيار ذو الكلفة الأصغر.

وفي مسألتنا هذه تحسب الكلفة الكلية كما يلي:

الكلفة الكلية = كلفة الاستئجار + كلفة الوقت الضائع.

حيث كلفة الاستئجار معطاة في نص المسألة، وكلفة الوقت الضائع هي كلفة الانتظار الكلي للناقلات في اليوم الواحد وتحسب كما يلي:

كلفة الوقت الضائع = عدد الناقلات في اليوم الواحد X وقت الانتظار المتوقع لكل ناقلة X كلفة انتظار الناقلة خلال وحدة الزمن.

- إن عدد الناقلات في اليوم الواحد = 16 ولا يتغير مهما تغيرت الصفقات.
- كما أن كلفة انتظار الناقلة = 130 ألف ل.س في الساعة الواحدة (معطاة في نص المسألة).
- أما وقت الانتظار المتوقع لكل ناقلة فهو يختلف حسب الصفقات المركبة، ويتم حسابه في كل من الحالتين المطروحتين من خلال دراسة جديدة، بحيث تكون الدراسة عند تركيب الصفقة الكبيرة من النمط الأول، أما عند دراسة تركيب الصفقتين الصغيرتين فستكون أمام مسألة من النمط الثاني حيث $c = 2$.

Scanned by CamScanner

1) في حال تركيب مضخة كبيرة :

$\lambda = 2 \quad , \quad \mu = 7$

وقت الانتظار لكل ناقلة :

$$W_q' = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{2}{7(7-2)} = \frac{2}{35}$$

$\Leftarrow$ كلفة الوقت الضائع $= 16 \times \frac{2}{35} \times 130 \simeq 118$ ألف د.ك

$\Leftarrow$ الكلفة الكلية للمضخة الكبيرة $= 300 + 118 = 418$ ألف د.ك

2) في حال تركيب مضختين صغيرتين :

$\lambda = 2 \quad , \quad \mu = 3 \quad , \quad \varrho = \frac{2}{3}$

وقت الانتظار المتوقع لكل ناقلة :

$$W_q'' = \frac{L_q''}{\lambda} \quad ; \quad L_q'' = P_0 \frac{\varrho^{c+1}}{c\,c!} \left(\frac{1}{(1-\frac{\varrho}{c})^2} \right)$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c} \frac{\varrho^n}{n!} + \frac{\varrho^{c+1}}{(c-\varrho)\,c!}} = \frac{1}{I}$$

$$I = \sum_{n=0}^{2} \frac{(\frac{2}{3})^n}{n!} + \frac{(\frac{2}{3})^3}{(2-\frac{2}{3})2!} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9 \times 2} + \frac{\frac{8}{27}}{\frac{4}{3} \times 2}$$

$$I = 1 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{3} + \frac{3}{9} = \frac{18}{9} = 2 \Longrightarrow P_0 = \frac{1}{2}$$

$$\Longrightarrow L_q'' = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\frac{2}{3})^3}{2 \cdot 2!} \cdot \frac{1}{(1-\frac{\frac{2}{3}}{2})^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{27} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\Longrightarrow W_q'' = \frac{\frac{1}{12}}{2} = \frac{1}{24}$$

$\Leftarrow$ كلفة الوقت الضائع $= 16 \times \frac{1}{24} \times 130 = 86.66$ ألف د.ك

$\Leftarrow$ الكلفة الكلية للمضختين الصغيرتين $= 2 \times 150 + 86.66 = 386.66$ ألف د.ك

- نلاحظ أن كلفة المضختين الصغيرتين أقل من كلفة المضخة الكبيرة ، إذن نختار تركيب مضختين صغيرتين .

Scanned by CamScanner

ملاحظة: قد تأتي المسألة في الامتحان بنفس النمط على الشكل التالي:
أجرت إدارة الصفاة دراسة لهذه المشكلة فوجدت أنه بإمكانها وضع ثلاث مضخات صغيرة أو مضختين متوسطتين أو مضخة واحدة كبيرة.
(ويتم إعطاء معدل خدمة وتكلفة الاستئجار اليومية لكل من الأنواع السابقة من المضخات)
والمطلوب إيجاد الخيار الأفضل ذو التكلفة الأصغر.

* هنا سوف نحل بنفس الطريقة، ولكن سنجري ثلاث دراسات:
1) دراسة من النمط الأول من أجل المضخة الكبيرة.
2) دراسة من النمط الثاني حيث $c=2$ من أجل المضختين المتوسطتين.
3) دراسة من النمط الثاني حيث $c=3$ من أجل المضخات الثلاثة الصغيرة.
ونوجد الكلفة في كل من هذه الحالات ثم نأخذ الخيار ذو التكلفة الأصغر.

تمرين (وظيفة):
أعد حل المسألة السابقة بفرض أن المضخات القديمة ستبقى في الخدمة علماً أنه تم حل المسألة باعتبار أن المضخات القديمة ستتوقف عن العمل.

Scanned by CamScanner