نظرية الألعاب

المباراة الاستراتيجية: هي المباراة التي لها هدف نهائي يسعى من أجله جميع اللاعبين حسب قوانين اللعبة. ويكون اللعب هنا أمام استراتيجيات محددة.
سنهتم في هذا البحث بالمباريات التنافسية التي يكون الهدف فيها هو الربح حيث يصل إلى هذا الهدف اللاعب الذي يجد الاستراتيجيات المرحلية المثلى وضمن قوانين المباراة.

- المباراة ذات المجموع الصفري هي مباراة يكون فيها مجموع خسارة اللاعبين وربحهم مساوياً للصفر، أي أن ما يخسره أحدهم يربحه الآخر وبالعكس في حال وجود لاعبين فقط.
وفيما عدا ذلك ندعو المباراة بالمباراة ذات المجموع غير الصفري.

- سوف ندرس المباريات التي يكون فيها لاعبين اثنين فقط.

مكونات المباراة:
- اللاعبين (متخذو القرار) حيث أن كل لاعب قادر على اتخاذ القرار.
- القوانين أو الإجراءات التي تحكم قواعد اللعبة.
- استراتيجية كل لاعب والخطة المتوقعة للاعب الخصم.
- المعلومات المتاحة لكل لاعب.
- تقييم نتائج المباراة.

مصفوفة الدخل: هي الجدول الذي يمكن وضعه لتحديد قيمة الدفعات التي يجب أن تؤدى في كل حالة من الحالات.
وفي حالة اللاعبين تعبّر الأسطر عن استراتيجيات اللاعب الأول.
وتعبّر الأعمدة عن استراتيجيات اللاعب الثاني.
وتكون عناصر المصفوفة عبارة عن ثنائيات (—, —) حيث:
المسقط الأيسر (الأول) هو دخل اللاعب الأول في حال اختياره للسطر الموافق واختيار الخصم للعمود الموافق.
المسقط الأيمن (الثاني) هو دخل اللاعب الثاني في حال اختياره العمود الموافق واختيار الخصم للسطر الموافق.

/ /

مباراة الشخصين ذات المجموع الصفري: Zero-Sum Game

في هذا النوع من المباريات تكون مصالح المتنافسين متعارضة لأن ما يربحه أحد اللاعبين سوف يخسره الآخر، ويكون المجموع الكلي مساوياً للصفر.

سندعو اللاعب الأول اللاعب السطري.

وندعو اللاعب الثاني اللاعب العمودي.

وسوف نرتب دخل اللاعبين على شكل مصفوفة سندعوها مصفوفة الدخل.

مثال: لدينا اللاعبان A,B.

يكتب كل منهما رقماً على ورقة لا يراها الآخر ثم تُكشف الورقتان معاً.

فإذا كان الرقمان فرديين يدفع B لـ A 3 ل.س.

وإذا كان الرقمان زوجيين يدفع B لـ A 1 ل.س.

أما إذا كان أحد الرقمين زوجياً والآخر فردياً يدفع A لـ B 2 ل.س.

- إن مصفوفة الدخل لهذه المباراة هي:

A \ B	فردي	زوجي
فردي	(3,-3)	(-2,2)
زوجي	(-2,2)	(1,-1)

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (3,-3) & (-2,2) \\ (-2,2) & (1,-1) \end{bmatrix}$$

- في المباراة ذات المجموع الصفري عادةً ما نكتب دخل اللاعب الأول فقط، ذلك أن ما يربحه الأول يخسره الثاني، أي تصبح مصفوفة الدخل بالشكل:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- ملاحظة: ليس من الضروري أن تكون دوماً استراتيجيات اللاعب الأول نفسها للاعب الثاني.

/ /

1 الاستراتيجية الصرفة:

وهي أن يختار كل لاعب الاستراتيجية التي تضمن له دخل محدد على الأقل، وذلك بأن يختار أفضل أسوأ دخل لكل استراتيجية من الاستراتيجيات المتاحة له.

وفي المباراة ذات المجموع الصفري نعطي الاستراتيجية الصرفة كما يلي:

أن يختار اللاعب الأول الاستراتيجية المقابلة للقيمة (العظمى ـ الدنيا) في مصفوفة الدخل أي:

$$\underset{i}{Max}\ \underset{j}{Min}\ a_{ij}$$

وأن يختار اللاعب الثاني الاستراتيجية المقابلة للقيمة (الدنيا ـ العظمى) في مصفوفة الدخل أي:

$$\underset{j}{Min}\ \underset{i}{Max}\ a_{ij}$$

- إذا كان الدخل الذي اختاره اللاعب الأول هو نفسه الدخل الذي اختاره اللاعب الثاني فإننا نقول إن هناك نقطة توازن (موازنة ناش).

وعلماً أن في هذه الحالة إذا اختار الخصم الاستراتيجية الصرفة فلن يكون التجسس مفيداً.

- إذا لم تكن هناك نقاط توازن فسيكون التجسس مفيداً للخصم في حال اختياره للاستراتيجية الصرفة. وسيكون من المفيد حساب أكبر توقع دخل لكل من اللاعبين.

مثال: لتكن لدينا مصفوفة الدخل المعطاة كما يلي:

$$\begin{bmatrix} \boxed{5} & 7 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

ما هي الاستراتيجية الصرفة لكل من اللاعبين؟

الحل: اللاعب السطري:

$$\underset{i}{Max}\ \underset{j}{Min}\ a_{ij} = Max\{5, -4\} = 5$$

اللاعب العمودي:

$$\underset{j}{Min}\ \underset{i}{Max}\ a_{ij} = Min\{5, 7\} = 5$$

/ /

أي أن الاستراتيجية الصرفة هي :
أن يختار اللاعب السطري (الأول) السطر الأول ويضمن أن يربح 5 على الأقل
وأن يختار اللاعب العمودي (الثاني) العمود الأول ويضمن أن يخسر 5 على الأكثر

ونلاحظ هنا أنه توجد نقطة توازن لأن اللاعبين سيختاران نفس الخيار

مثال: لتكن لدينا مصفوفة الدفع:

$$\begin{bmatrix} \boxed{0} & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

ماهي الاستراتيجية الصرفة بالنسبة لكل من اللاعب الأول والثاني ؟

الحل: اللاعب الأول (السطري):

$$\underset{i}{Max}\ \underset{j}{Min}\ a_{ij} = Max\{-2,-3\} = -2$$

اللاعب الثاني (العمودي):

$$\underset{j}{Min}\ \underset{i}{Max}\ a_{ij} = Min\{0,5\} = 0$$

أي أن الاستراتيجية الصرفة هي :
أن يختار اللاعب السطري السطر الأول ويضمن أن يخسر 2 على الأكثر
وأن يختار اللاعب العمودي العمود الأول ويضمن ألا يخسر شيئاً.

ونلاحظ هنا أنه ليس لدينا نقطة توازن.
