

مثال: أدم الخلال

$$(x^2 - y^2 + 2x) dx + (x^2 - y^2 - 2y) dy = 0$$

$$M(x, y) = x^2 - y^2 + 2x$$

$$N(x, y) = x^2 - y^2 - 2y$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -2y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$$

لأنه

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = -2(x+y) = Z$$

$$N - M = x^2 - y^2 - 2y - x^2 + y^2 - 2x = -2(x+y)$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 1$$

$$N - M$$

$$\mu = e^{\int 1 dz} = e^z = e^{x+y}$$

نضرب في المعادلة بما يلي

وتصبح

مثال: أدم الخلال

$$y = xy' - y'^3$$

هذه معادلة كلير

$$y' = P$$

وبالتالي المعادلة هي:

$$y = xP - P^3$$

$$f(P) = -P^3$$

$$f'(P) = -3P^2$$

$$x + f'(P) = 0$$

$$x = -3P^2$$

$$\Rightarrow \boxed{P^2 = \frac{-x}{3}}$$

وتابع الحل:

**نظرية:** إذا كان التابع  $y_1(x)$  هو حلاً للمعادلة التفاضلية الخطية المتجانسة  
(1)  $y^{(n)} + P_1(x)y^{(n-1)} + \dots + P_{n-1}(x)y' + P_n(x)y = 0$   
عندها يكون  $Cy_1$  هو أيضاً حلاً لهذه المعادلة،  
حيث  $C$  ثابت كمي.

**نظرية:** إذا كان التابعان  $y_1(x), y_2(x)$  حلاً للمعادلة الخطية  
المتجانسة السابقة فإن  $(y_1 + y_2)$  هو أيضاً حلاً لها  
نتيجة: إذا كان لدينا التتابع  $y_1, y_2, \dots, y_n$  هو حلول للمعادلة التفاضلية  
الخطية المتجانسة فإنه حسب البرهانات السابقة

$$\sum_{i=1}^n C_i \cdot y_i = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n$$

هو حلاً للمعادلة التفاضلية السابقة

**نظرية:** إذا كانت معاملات المعادلة التفاضلية الخطية المتجانسة السابقة  
(1)  $P_i(x)$  توابع حقيقية، وإذا قبلت المعادلة المتجانسة حلاً مركباً  
 $r$  أو  $r$  مشتركاً  
 $R \Rightarrow$   
(حل تقديري)

$$y(x) = u(x) + i v(x)$$

فإنه كلاً من  $u(x)$  الحقيقي

و  $v(x)$  التخيلي هو حلاً للمعادلة (1)

جملة الحدود **الأساسية**: إذا كانت صيغة التوافيق  $y_1, y_2, \dots, y_n$  حلولاً خاصة للمعادلة التفاضلية الخطية المتجانسة وإذا كانت صيغة التوافيق مستقلة خطياً فنُدعوها بجملة حلول **أساسية**.

**ملاحظة**: إذا كانت  $y_1, y_2, \dots, y_n$  صيغة حلول أساسية للمعادلة التفاضلية الخطية المتجانسة وإذا كانت المعاملات  $P_i(x)$  توافيق متقنة على المجال  $[a, b]$ ، فإنه يصير رد شكلي:  $W(n) \neq 0$ .

### البرهان المماثل