$$y'' + y' - 2y = 2x - 4\cos 2x$$

حدودية — مثلثي

نوجد الحل العام: الحل العام للمعادلة التفاضلية المتجانسة المقابلة

نوجد الحل العام لبدء حرف ثاء

$$y'' + y' - 2y = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$$

المعادلة المميزة

$$\lambda_1 = 1 \quad , \quad \lambda_2 = -2$$

$$y_1 = c_1 e^{x} + c_2 e^{-2x}$$

الحل العام

نوجد الحل الخاص مع حرف ثاء

$$y_p = (Ax + B) + C\cos 2x + D\sin 2x$$

$$y_p' = A - 2C\sin 2x + 2D\cos 2x$$

$$y_p'' = -4C\cos 2x - 4D\sin 2x$$

نعوض في المعادلة مع حرف ثاء

$$(-4C\cos 2x - 4D\sin 2x) + (A - 2C\sin 2x + 2D\cos 2x) - 2Ax - 2B - 2C\cos 2x - 2D\sin 2x \equiv 2x - 4\cos 2x$$

$$(-4C\cos 2x + 2D\cos 2x - 2C\cos 2x) + (-4D\sin 2x - 2C\sin 2x - 2D\sin 2x) + (A - 2B - 2Ax) \equiv 2x - 4\cos 2x$$

$$(-6C\cos 2x + 2D\cos 2x) + (-6D\sin 2x - 2C\sin 2x) + (A - 2B - 2Ax) \equiv 2x - 4\cos 2x$$

$$-6C + 2D = -4 \quad \text{— (1)}$$

$$-6D - 2C = 0 \quad \text{— (2)}$$

$$-2A = 2 \quad \text{— (3)}$$

$$A - 2B = 0 \quad \text{— (4)}$$

2^{r} عديمة الأهمية

$a+ib$

$0+i2=2i$

e^{ax}

$e^{(a+ib)x} = e^{ax}\, e^{ib}$

$e^{ax}[c_1 bx + i c_2 bx] \Rightarrow$

الطرف الأيمن يكون

$= 2x$

$= -4\cos 2x$

نكمل بقية الحلول

$A=-1$, $B=-\frac{1}{2}$, $C=6$, $D=-2$

$y_p=(-x+\frac{1}{2})+6\cos 2x-2\sin 2x$

ومنه الحل العام $y=y_p+y_1$

$y''-y=8xe^x$

$y''-y=0$

$\lambda^2-1=0$

$\lambda^2=1 \Rightarrow \lambda=\pm 1$

$\lambda_1=1$, $\lambda_2=-1$

$\boxed{y_1=C_1e^x+C_2e^{-x}}$ الحل العام للمعادلة المتجانسة

$\alpha=1$ جذر للمعادلة المميزة (جذر مرة واحدة)

$y_p=x(Ax+B)e^x=(Ax^2+Bx)e^x$

$y'_p=2Axe^x+Ax^2e^x+Be^x+Bxe^x$

$y''_p=2Ae^x+2Axe^x+2Axe^x+Ax^2e^x+Be^x+Be^x+Bxe^x$

$=2Ae^x+4Axe^x+Ax^2e^x+2Be^x+Bxe^x$

نعوض بالمعادلة مع حذف e^x

$2Ae^x+4Axe^x+Ax^2e^x+2Be^x+Bxe^x-Ax^2e^x-Bxe^x=8xe^x$

$\Rightarrow 2A+4Ax+Ax^2+2B+Bx-Ax^2-Bx=8x$ $\div e^x\neq 0$

$4Ax=8x \Rightarrow \boxed{A=2}$ نعوض بكل الثابت $\Rightarrow$

$2A+2B=0 \Rightarrow \boxed{B=-2} \Rightarrow y_p=(2x^2-2x)e^x$

$\Rightarrow \boxed{Y=y_p+y_1=2xe^x(x-1)+C_1e^x+C_2e^{-x}}$

$$y'' + 4y' + 8y = 16\cos 4x\, e^{ax}$$

$$y'' + 4y' + 8y = 0 \qquad a = 0$$

$$\lambda^2 + 4\lambda + 8 = 0$$

إيجاد الحل الخاص

$$a + ib = 0 + i4 = 4i$$

فيه جزء للمعادلة

$$y_p = A\cos 4x + B\sin 4x$$

نشتق عشان نوجد الثوابت

نوجد الحل الخاص ع

نوجد الحل العام

تمرين / وظيفة /

$$y'' - 6y' + 5y = -3e^x + 5x^2$$

$$y'' - y' + 2y = (x^2 - x + 4)e^{4x}$$

انتهت المحاضرة

ملاحظة:
يجب أنه يكون الحل بالامتحان مفصلاً.
بالاضافة إلى إنه يجب تدقيق الحلول السابقة وإكمال ما لم يكن كامل.

Alamal