توطئة الضخ

لبرهان ان لغة مامنتظمة يوجد عدة طرق :

- اما ان نستخدم خواص الاغلاق في المحاضرة السابقة .
- ننشئ اتومات منتهي مكافئ للغة السابقة.
- ايجاد التعبير المنتظم المقابل للغة السابقة ثم ايجاد الاتومات المنتهي المكافئ لهذا التعبيير .

اما لبرهان ان لغة غير منتظمة : نستخدم توطئة الضخ .

قابلية الضخ في اللغات المنتظمة :

من خواص اللغات المنتظمة قابلية الضخ اي انه اي سلسلة من لغة منتظمة مكن ضخها من مكان واحد عددا من المرات .

اما السلسلة التي يمكن ضخها من مكانين مختلفين من نفس الدرجة فهي تحتاج الى ذاكرة لحفظ عدد مرات الضخ وبالتالي اللغة تنتمي الى لغة غير المنتظمة .

> **ملاحظة :**
> ان كل لغة غير قابلة للضخ فهي لغة غير منتظمة حتما اما اذا كانت قابلة للضخ فليس من الضروري ان تكون منتظمة .

بشكل عام :

نقارن بين اللغتين

$L_1=\{a^* b^*\}$
$L_2=\{a^n b^n ; n \geq 0\}$

نلاحظ ان :

ان L_1 لغة منظمة لاتحتاج الى ذاكرة اي لمعرفة التكرار ل b لانحتاج الى معرفة التكرار ل a .

$L_1=\{ \varepsilon ,a, aa ,........, b , bb ,........., aab , aaab ,........., abb , abbb ,........, ab , aabb,aaabbb ,.........\}$

ان L_2 تحتاج الى ذاكرة اي لمعرفة التكرار ل b نحتاج الى معرفة التكرار ل a ولا نستطيع ايجاد اتومات مكافئ لها .

$L_2=\{ \varepsilon , ab , aabb, aaabbb ,..........\}$

توطئة الضخ :

من اجل كل لغة منتظمة $L\subseteq \Sigma^*$ يوجد ثابت (ثابت التوطئة) $n \geq 1$.
بحيث من اجل كل سلسلة $w\in L$ طولها اكبر او يساوي n ,
فيمكن تقسيم w الى ٣ سلاسل : x و y و z اي $w=x\,y\,z$.
بحيث :

$1\leq |y| \leq n \quad , \quad |x\,y| \leq n$

عندئذ : من اجل اي $i \geq 0$ فان : $x\,y^i\,z \in L$

> اي ان تكرار الجزء y من السلسلة عدد من المرات سوف ينتج سلسلة تنتمي الى اللغة (وهذا هو معنى الضخ)

مثال :

هل اللغة $L=\{0^i\,1^i\,;\, i \geq 0\}$ هي لغة منتظمة .
لنفرض ان L لغة منتظمة عندئذ حسب توطئة الضخ يوجد ثابت $n \geq 1$.
فمن اجل كل سلسلة $w\in L$ طولها اكبر او يساوي n
مثلا

$w= 0^n\,1^n$ و $|w|= 2n \geq n$

فيمكن تقسيم w الى ٣ سلاسل : x و y و z اي $w=x\,y\,z$.
بحيث :

$1\leq |y| \leq n \quad , \quad |x\,y| \leq n$

فان x y حتما تنتمي الى القسم الاول من السلسلة w والذي هو عبارة عن اصفار فقط اي : $x\,y =0^n$ و $|x\,y| =|0^n|= n \leq n$

ومنه $X=0^j \quad , \quad y=0^{n-j} \quad ; n-j \geq 1 \wedge 0< j <n$

اي : $x\,y^i\,z \;;\; i \geq 0 \Leftarrow W=0^j\,0^{n-j}\,1^n$

لناخذ $i = 0$ فان :

$$0^j (0^{n-j})^0 1^n = 0^j 1^n \notin L$$

لان عدد الاصفار لا يساوي عدد الواحدات ومنه اللغة غير منتظمة .

- ان :

$L=\{0^1 1^i ; i \geq 0\}$ هي لغة منتظمة .

$L=\{0^i 1^1 ; i \geq 0\}$ هي لغة منتظمة .

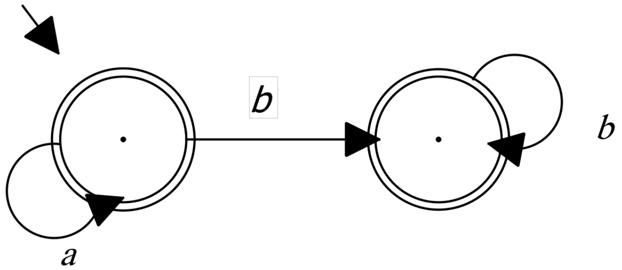
$L=\{0^i 1^j ; i \geq 0 , j \geq 0 \}$ هي لغة منتظمة .

مثال :

هل اللغة $L=\{ w \in \{ a^* b^*\} \}$ بحيث w تحوي اعداد متساوية من a و b

هل هي لغة منتظمة .

نعلم ان $a^* b^*$ لغةمنتظمة لانه يوجد اتومات حتمي يقبلها وهو



اذا فرضنا ان L لغة منتظمة عندئذ تقاطع اللغتين سيكون لغة منتظمة حسب خواص الاغلاق ولنتاكد من ذلك .

$L_2= L \cap \{ a^* b^*\} = \{a^n b^n ; n \geq 0\}$

ولكن $\{ a^n b^n ; n \geq 0\}$ غير منتظمة ومنه الفرضية خاطئة ومنه L غير منتظمة .

انتهت المحاضرة ☺

Tasneem Shalabi