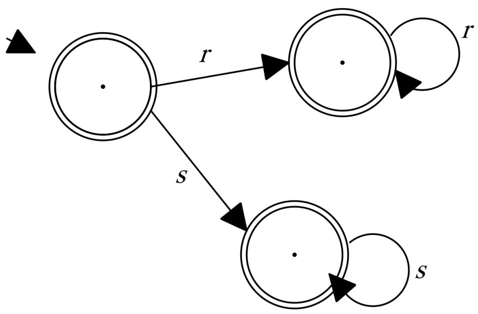
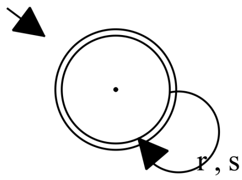
اللغات المنتظمة

ملاحظة :

$r^* + s^*$:



$(r + s)^*$:



اللغات المنتظمة :

تعين التعابير المنتظمة لغات تدعى اللغات المنتظمة.
ندعو المجموعات التي تحددها التعابير المنتظمة بالغات المنتظمة .
افضلية العمليات للتعابير المنتظمة (*) ثم (.) ثم (+)
نرمز ب R^* على ان التعبير يتكرر عدد من المرات من 0 وحتى ∞
نرمز ب R^+ على ان التعبير يتكرر مرة واحدة او اكثر

امثلة :

- لتكن لدينا الابجدية $\Sigma=\{0,1\}$

عندئذ :

- ε هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة التي تحوي السلسلة الفارغة $L(\varepsilon)=\{\varepsilon\}$
- 0 هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة $L(0)=\{0\}$
- 1هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة

$L(1)=\{ 1 \}$

◎ $0 + 1$ هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة :

$L(0 + 1)=\{ 0 \} \cup \{ 1 \} =\{ 0 , 1 \}$

◎ 011 هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة :

$L(011)= L(0).L(1).L(1) = \{ 0 \} . \{ 1 \} . \{ 1 \} =\{ 011 \}$

◎ $(0+1)^*$ التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة :

$L((0+1)^*) = (L(0+1))^* = (\{0\} \cup \{1\})^* =(\{0,1\})^*$
$=\{\varepsilon,0,1,01,10,00,11,001,100,010,...,111000111,.....\}$

◎ 0^* التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة التي تحوي جميع السلاسل الحاوية على عدد من اصفار .

$L(0^*)= (L(0))^* = \{0\}^*$

◎ 0^*110^* هو التعبير المنتظم الذي يحدد جميع السلاسل التي قد تبدأ بأي عدد من الاصفارمتبوعة بواحدين متعاقبين وقد تنتهي بأي عدد من الاصفار :

$L(0^*110^*)= (L(0))^*. \{ 1 \} . \{ 1 \} . (L(0))^*$

وهكذا ......

➢ $(ab)^*$ تعبير منتظم يحدد اللغة :

$L((ab)^*) = (L(ab))^* =(\{ab\})^*$
$=\{ \varepsilon , ab , abab , ababab ,abababa ,.............\}$

➢ $(a+bc)^*$ تعبير منتظم يحدد اللغة :

$L((a+bc)^*) = (L(a+bc))^* =(\{a\} \cup \{bc\})^* =\{a,bc\}^*$
$= \{ \varepsilon , a , aa ,......, bc , bcbc , ..., bca, ... , abcaaabc , ,.............\}$

➢ التعابير التالية :

$XX^* \quad , \quad X^+ \quad , \quad XX^* X^* \quad , \quad X^* XX^* \quad , \quad X^+X^* \quad , \quad X^*X^*X^*XX^*$

جميعها متكافئة (متشابهة) وتعبر عن اللغة التالية :

$L=\{ X , XX , XXX ,..................\} = L(X^+) = (L(X))^+ =\{X\}^+$

خواص الاغلاق للغات المنتظمة :

➢ *اللغات المنتظمة مغلقة بالنسبة للاجتماع والتعاقب واغلاق لغة * اي :*
اذا كانت $L1$ لغة منتظمة و L_2 لغة منتظمة فان :

$L_1 \cup L_2$ هي لغة منتظمة
$L_1 . L_2$ هي لغة منتظمة
L_2^* هي لغة منتظمة
L_1^* هي لغة منتظمة

- اللغات المنتظمة مغلقة بالنسبة لعملية للاتمام .

متمم اللغة L المعرفة على الابجدية Σ وهي اللغة $\bar{L}$ والتي تحوي جميع السلاسل المشكلة من Σ والتي لا تحويها اللغة L اي :

$\bar{L}$, $L \subseteq \Sigma^*$

$\bar{L} = \Sigma^* - L$

وبالتالي :

اذا كان $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ الاتومات المنتهي الحتمي الذي يقبل اللغة L عندئذ :

اللغة المتممة $\bar{L} = \Sigma^* - L$ تقبل من قبل الاتومات المنتهي الحتمي :

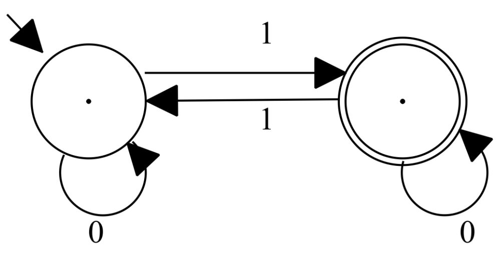
$\bar{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q-F)$

اي اننا نجعل الحالات النهائية في M حالات لانهائية في $\bar{M}$ والحالات الانهائية في M نجعلها حالات نهائية في $\bar{M}$.

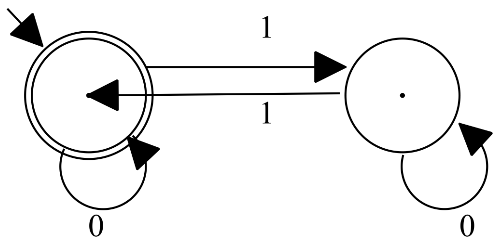
لايجاد المتمم يجب ان يكون الاتومات منتهي حتمي .

مثال :

ليكن لدينا الاتومات المنتهي الحتمي التالي :



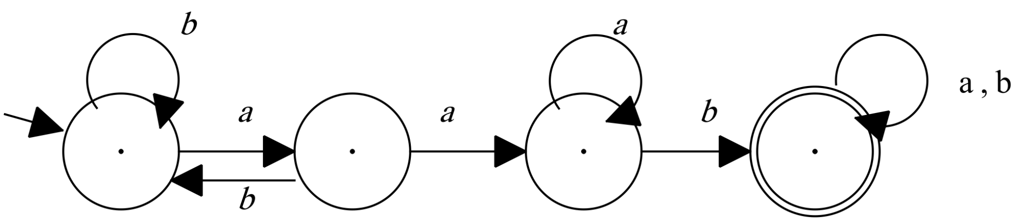
حيثاللغة L التي يقبلها هذا الاتومات M تحوي عددا فرديا من الواحدات عندئذ الاتومات المتمم $\bar{M}$ هو



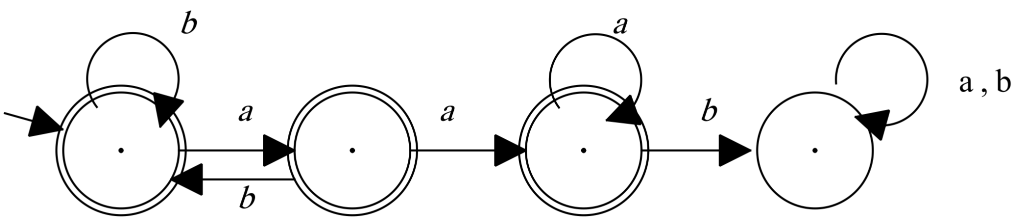
حيث $\bar{L}$ المتممة ل L تحوي عددا زوجيا من الواحدات .

مثال :

ليكن لدينا الاتومات المنتهي الحتمي التالي :



عندئذ الاتومات المتمم :



للاطلاع :

(جميع مامكتوب من هنا غير مطالبين به ولكن ذكرته للفائدة ☺)

- *اللغات المنتظمة مغلقة بالنسبة للتقاطع اي انه اذا كانت L_1 لغة منتظمة و L_2 لغة منتظمة فان $L_1 \cap L_2$ هي لغة منتظمة .*

ويكون :

$$L_1 \cap L_2 = \overline{(\bar{L}1 \; U \; \bar{L}2)} = \Sigma^* - (\bar{L}1 \; U \; \bar{L}2) = \Sigma^* - ((\Sigma^* - L_1) \cup (\Sigma^* - L_2))$$

التعابير المنتظمة :

لتكن Σ ابجدية من الرموز عندئذ :

- Ø هو التعبير المنتظم الذي يحدد المجموعة الفارغة او الخالية .
  $L(\emptyset) = \{ \} = \emptyset$
- ε هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة {ε} اي :

$L(\varepsilon)=\{\varepsilon\}$

- من اجل اي رمز (مثلا a) من رموز الابجدية Σ فإن a هو التعبير المنتظم الذي يحدد اللغة :

$L(a)=\{a\}$

- اذا كان F و E تعبيران منتظمان فإن E+F هو تعبير منتظم يحدد اللغة :

$L(E+F)= L(E)\ \mathbf{U}\ L(F)$

مثال :

$L(\varepsilon +1)= L(\varepsilon)\ \mathbf{U}\ L(1) = \{\varepsilon\}\ \mathbf{U}\ \{1\} =\{\varepsilon ,1\}$

- اذا كان F و E تعبيران منتظمان فإن E.F هو تعبير منتظم يحدد اللغة :

$L(E.F)= L(E)\ .\ L(F)$

مثال :

$L(a.b)= L(a)\ \mathbf{U}\ L(b) = \{a\}\ .\ \{b\} =\{a\ .\ b\}$

- اذا كان E تعبير منتظم فإن E^* هو تعبير منتظم يحدد اللغة :

$L(E^*)= (L(E))^*$

مثال :

$L(a^*)= (L(a))^* =\{a\}^* = \{\varepsilon , a , aa ,..........\}$

- اذا كان E تعبير منتظم فإن (E) هو تعبير منتظم يحدد اللغة :

$L(E)= (L(E))$

خواص التعابير المنتظمة :

من اجل اي تعبير منتظم L , M , N , R يتحقق مايلي :

1. $Ø.R = R.Ø = Ø$

اي Ø هو عنصر ماص بالنسبة للتعاقب .

مثال :

$$(a + b)Ø = Ø (a + b)= Ø$$

2. $Ø + R = R + Ø = Ø$

اي Ø هو عنصر حيادي بالنسبة لعملية الجمع .

مثال :

$$(a + b) + Ø = Ø + (a + b)= (a + b)$$

3. $\varepsilon.R = R.\varepsilon = R$

اي ε هو عنصر ماص بالنسبة للتعاقب .

4. $(\varepsilon + R)^* = R^*$
5. $R + R = R$
6. $R.(M + N) = R.M + R.N$

مثال :

$$(ab + ba)(aa)^* = ab(aa)^* + ba(aa)^*$$

اختزل التعبير المنتظم $\varepsilon + 0 + 1 + \emptyset(\varepsilon + 1)^*$

$\varepsilon + 0 + 1 + \emptyset(\varepsilon + 1)^* = \varepsilon + 0 + 1 + \emptyset = \varepsilon + 0 + 1$

- $L(\varepsilon + R)^* = (L(\varepsilon + R))^* = (L(\varepsilon) \cup L(R))^* = (\{\varepsilon\} \cup \{R\})^*$
  $= (\{\varepsilon, R\})^* = \{\varepsilon, R, RR, \ldots\ldots\} = \{R\}^* = L(R)^*$
- $L(R + R) = L(R) \cup L(R) = \{R\} = L(R)$
- $L(\emptyset + R) = L(\{\,\} \cup \{R\}) = L(R)$

انتهت المحاضرة ☺

Tasneem Shalabi