## الأسئلة المحتملة في الفحص:

1. **التحدب والتقعر:** هل المجموعة محدبة؟
هل التابع محدب أم مقعر؟ (الأفضل الاعتماد على الخواص).
هل البرنامج محدب أم مقعر؟ ولماذا؟

**مثال:** دورة 2011 - 2012 (20 علامة) دورة ثالثة.
هل التطبيق التالي محدب أم مقعر، أم ليس أياً مما سبق ولماذا؟

$$f(x,y,z) = z^3 + 2x^2y + 2y^2 + 2x^2 + 4xy$$

2. **البرامج الخطية:** إما أن يعطى النموذج الرياضي جاهزاً أو تعطى المسألة ويطلب كتابة النموذج الرياضي.
ثم يطلب إيجاد الحل الأمثل إما بطريقة السيمبلكس أو بالطريقة البيانية ثم بطريقة السيمبلكس.
علماً أن من الممكن أن يكون هناك حاجة لمتحولات اصطناعية.
وقد يأتي طلب عن السعر العادل أو كيف يتغير الحل إذا تغير الطرف الثاني بأحد الشروط.
وقد يأتي أيضاً طلب بإيجاد الحل الصحيح.

**مثال:** 2013 - 2014 (40 درجة) فصل أول
ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$\text{Max } 10x_1 + 20x_2 + 15x_3$$
$$\text{s.t } x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 40$$
$$2x_1 + 0x_2 + 3x_3 \geq 30$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

المطلوب:
1) أوجد الحل الأمثل للبرنامج السابق باستخدام طريقة السيمبلكس
2) ماهو السعر العادل للموارد الأولية في الشرط الأول.
3) كيف يصبح الحل الأمثل إذا أصبح الطرف الثاني في الشرط الأول يساوي 42.
4) أوجد الحل الأمثل الصحيح.



Scanned by CamScanner

/ /

## 3 مسائل النقل والشحن والإسناد:

لا تُطلب حل مسائل النقل والشحن بل تُطلب كتابة النموذج الرياضي وإضافة شروط للمسألة كما في المحاضرة الثامنة.

أما مسائل الإسناد فيطلب كتابة النموذج الرياضي لها وحلها بطريقة هنغارين.

**مثال:** 2013 - 2014 (30 علامة) الفصل الثاني

مصنع ما يريد تنفيذ ثلاث مشاريع (A, B, C)، تقدمت أربعة شركات بعروض لتنفيذ هذه المشاريع. يريد المصنع أن يتم تنفيذ مشروع واحد من قبل شركة واحدة فقط.

إن الجدول المعطى يبين عدد الأسابيع التي تحتاجها كل شركة لتنفيذ كل مشروع.

إن المصنع يهدف لإنجاز المشاريع الثلاث بأقل وقت ممكن.

المطلوب: 1) اكتب النموذج الرياضي لهذه المسألة.

2) أوجد الحل الأمثل للمسألة.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| الشركة 1 | 50 | 36 | 16 |
| الشركة 2 | 28 | 30 | 18 |
| الشركة 3 | 35 | 32 | 20 |
| الشركة 4 | 25 | 25 | 14 |

## 4 جدولة المشاريع:

- ما هو الوقت اللازم لإنجاز كامل المشروع؟
- ما هي المراحل الأساسية والمراحل غير الأساسية؟
- كم أسبوع يمكن تأخير مرحلة ما؟
- إيجاد المسار الحرج.
- النموذج الرياضي من أجل تسريع المشروع بأقل كلفة ممكنة.

ALARID.net
Scanned by CamScanner

**مثال:** 2011 - 2012 (40 درجة) الدورة الثالثة.

مشروع يتألف من 8 مراحل $(A, B, C, D, E, F, G, H)$.
الزمن اللازم لإنجاز المراحل على الترتيب هو: $(4, 5, 3, 6, 3, 3, 4, 5)$ أسبوع.
المراحل C و D تعتمد على المرحلة A، والمرحلة B تعتمد على C و D.
كما أن المرحلتين E و F تعتمدان على D، وتعتمد المرحلة G و H على E و F.
المطلوب: 1) تحديد الزمن اللازم لإنجاز كامل المشروع.
2) ما هي المراحل الأساسية في المشروع؟
3) كم أسبوعاً يمكن تأخير المرحلة C بدون تأخير كامل المشروع.
4) اكتب النموذج الرياضي للمسألة من أجل تسريع المشروع 5 أسابيع بأقل كلفة ممكنة حيث يمكن تسريع كل مرحلة أسبوعين فقط وكلفة تسريع المرحلة i أسبوع واحد هي $K(i)$.

## 5 البرمجة الديناميكية:

نموذج شبيه بالنماذج الثلاثة المعطاة، ولكن قد تختلف المميزات (نفط - غاز).
قد تأتي $q_1(x)$ مثلاً على شكل معادلة بدلاً من الجدول، فنقوم بتعويض x بالقيم التي يمكن أن تأخذها فنحصل على الجدول.

**مثال:** 2013 - 2014 (30 درجة) الفصل الأول.

تريد شركة توزيع الوقود على ثلاث مضخات لتعيين أكبر كمية إنتاج ممكنة.
يوضح الجدول التالي كمية الإنتاج وذلك حسب نسبة الوقود المضخوخ في المضخات الثلاثة.
حيث كمية الوقود المتوفرة هي 4 وحدات.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $q_1(x)$ | 0 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| $q_2(x)$ | 0 | 2 | 4 | 4 | 5 |
| $q_3(x)$ | 0 | 3 | 3 | 4 | 7 |

المطلوب:
1) اكتب النموذج الديناميكي للمسألة.
2) أوجد الحل الأمثل للمسألة.

ALMUBID.net
Scanned by CamScanner

## 6 نظرية الألعاب: (لا أسئلة دورات عنها)

إما أن تكون المباراة ذات مجموع صفري أو ذات مجموع غير صفري.

- ماهي الاستراتيجية الصرفة والمختلطة لكل من اللاعبين؟
- معنيات أفضل استجابة.
- هل توجد نقاط توازن؟
- ماهي أفضل استجابة للاعب الأول إذا كانت $q = \square$
أو ماهي أفضل استجابة للاعب الثاني إذا كانت $p = \square$

---

تمرين: أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي بطريقة السيمبلكس:

$$Z = 2x_1 - x_2 \longrightarrow \text{Min}$$
$$x_1 + x_2 \geq 5$$
$$x_1 + 3x_2 = 7$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل: نحول البرنامج إلى الشكل القياسي:

$$2x_1 - x_2 \longrightarrow \text{Min}$$
$$x_1 + x_2 - S_1 = 5$$
$$x_1 + 3x_2 = 7$$
$$x_1, x_2, S_1 \geq 0$$

نضيف المتحولات الاصطناعية فنصبح الشروط بالشكل:

$$x_1 + x_2 - S_1 + a_1 = 5$$
$$x_1 + 3x_2 + a_2 = 7$$
$$x_1, x_2, a_1, a_2, S_1 \geq 0$$

ونصبح Z بالشكل:

$$Z = 2x_1 - x_2 + Ma_1 + Ma_2 - M(x_1 + x_2 - S_1 + a_1 - 5) - M(x_1 + 3x_2 + a_2 - 7)$$

$$Z = -(2M-2)x_1 - (4M+1)x_2 + MS_1 + 12M$$

Scanned by CamScanner

| | $x_1$ | $x_2$ | $S_1$ | $a_1$ | $a_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_1$ | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | 5 |
| $a_2$ | 1 | (3) | 0 | 0 | 1 | 7 ← |
| | $2M-2$ | $4M+1$ | $-M$ | 0 | 0 | $12M$ |

↑

$R_1' \longrightarrow R_1 - R_2'$

$R_3' \longrightarrow R_3 - (4M+1)R_2'$

| | $x_1$ | $x_2$ | $S_1$ | $a_1$ | $a_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_1$ | $\frac{2}{3}$ | 0 | -1 | 1 | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{8}{3}$ ← |
| $x_2$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | 0 | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{7}{3}$ |
| | $\frac{2}{3}M-\frac{7}{3}$ | 0 | $-M$ | 0 | $-\frac{4}{3}M-\frac{1}{3}$ | $\frac{8}{3}M-\frac{7}{3}$ |

↑

$R_2' \longrightarrow R_2 - \frac{1}{3}R_1'$

$R_3' \longrightarrow R_3 + (\frac{7}{3} - \frac{2}{3}M)R_1'$

| | $x_1$ | $x_2$ | $S_1$ | $a_1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0 | $\frac{-3}{2}$ | $\frac{3}{2}$ | 4 |
| $x_2$ | 0 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{-1}{2}$ | 1 |
| | 0 | 0 | $\frac{-7}{2}$ | $\frac{7}{2}-M$ | 7 |

ومنه فالحل الأمثل هو: $x_1=4$ , $x_2=1$ , $S_1=0$

ALMSID.net

Scanned by CamScanner