

المجموعة البديلة :

والصفحة الواحدة والعشرون

إذا كانت A تملك مجموعة صفات لا صفات الزائفة عندها النتيجة صحيحة

وحتى بل أن نزيد على

وبالفعل إذا كانت V مجموعة من البرتبة $n \times n$ عناصرها أسفة زائفة عندها :

$$AV = VD_1 \text{ and } A^H V = VD_2$$

حيث D_1 و D_2 مصفوفات قطرية.

عندها :

$$A A^H V = V D_1 D_2 \text{ and } A^H A V = V D_2 D_1$$

and, therefore $A A^H = A^H A$.

نتبع من ذلك أن النتيجة صحيحة في الحالة العامة.

نقطة أخرى، أي أن ذلك مستقل عن عدد الأصفحة الزائفة التي يقبلها A .

Lemma 1.15 :

تكون المصفوفة ناقصة إذا وفقط إذا كانت أصفحة الزائفة هي أسفة زائفة للمصفوفة A^H .

البرهان غير مطلوب، بل يكفي

إذا كانت المصفوفة A ناقصة عندها جميع أصفحة الزائفة السالبة والعينيات سالبة.

هذا الشرط الكافي والعكس.

افتراضنا الآخر أن كل صفات للمصفوفة A هي صفات زائفة للمصفوفة A^H .

لكل صفات زائفة هي للمصفوفة A .

$$A v_i = \lambda_i v_i$$

دعنا أن v_i هي صفات زائفة للمصفوفة A^H إذن :

$$A^H v_i = \mu_i v_i$$

دعنا أن :

$$(A^H v_i, v_i) = \mu_i (v_i, v_i) \text{ and because}$$

$$(A^H v_i, v_i) = (v_i, A v_i) = \lambda_i (v_i, v_i)$$

$$\mu = \bar{\lambda}_i$$

والتالي

التالي، سيدرس من خلال الفهم الجيد أنه ليس ثمة عنصراً قابلاً
لفهم الضيق صحيح من أجل الصلة λ_i
فيها أول متعلق أصح μ مرتباً λ_i يعرف بالشكل:

$$(A - \lambda_i I) u_i = 0$$

أضرب الجداء الداخلي العلاقة الترتيب الأعلى بالمتغير λ_i هو يحصل على

$$(1.30) \quad (A u_i, u_i) = \lambda_i (u_i, u_i) + (u_i, u_i)$$

من مرة أخرى من أجل أن

$$(1.31)$$

نتج من العلاقة (1.30) و (1.31) أن $(u_i, u_i) = 0$
وهذا يتفق.

وهكذا، فإن A تملك مجموعة λ_i من الأضلاع الذاتية.
وهذا يقود إلى الحالة المناقشة تماماً على التعمير
من فاهو مستبح أن A يجب أن تكون ذاتية.

من المأمع أن المصفوفات الأربعة حالة خاصة من المصفوفات الذاتية
لذا المصفوفة الذاتية تحقق العلاقة $A = Q D Q^H$ حيث D مصفوفة قطرية
و Q مصفوفة زاوية. إن القيمة الذاتية للمصفوفة A هي عناصر القطر
الرئيس للمصفوفة D .

وهذا إذا كانت هذه العناصر حقيقية وهذا واضح أن $A^H = A$
سعاد صافية هنا في النتيجة التالية:

1.6 نتيجة هامة:

إن المصفوفة الذاتية التي هي كذلك أيضاً المحدد هي مصفوفة ذاتية حقيقية
كما سترى لاحقاً أن المصفوفة آرسنغ

توفر المصفوفة الأربعة تملك محلاً ذاتية حقيقية
إن القيمة الذاتية λ لأي مصفوفة حقيقية العلاقة:

$$\lambda = \frac{(A u, u)}{(u, u)}$$

مجموع ذاتي و λ قيم

Rayleigh quotients $\lambda(x) = \frac{(Ax, x)}{(x, x)}$

القيمة الذاتية λ و x