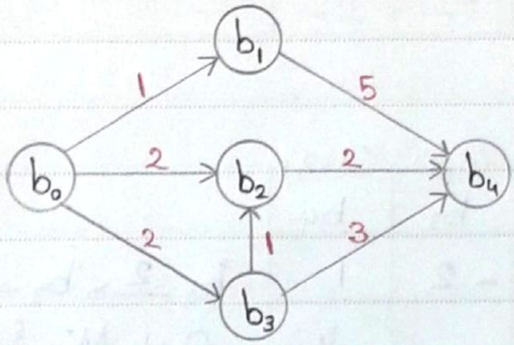
ملاحظة هامة:

للحصول على شبكة التدفق الأعظمي نتوقف عن تطبيق الخوارزمية في إحدى حالتين : إما أن تنعدم كل عناصر العمود الأخير أو أن تنعدم كل عناصر السطر الأول .

وفي كلا الحالتين نطرح الجدول الأخير من الجدول الأول فتكون شبكة التدفق الأعظمي هي الشبكة الموافقة للقيم الموجبة في الجدول الناتج .

مثال : طبق خوارزمية التدفق الأعظمي على البيان التالي ، وارسم شبكة التدفق الأعظمي :



الحل:

		*	(0,1)	(0,2)	(0,2)	(1,1)
		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
*	b_0		-1	2	2	
(0,1)	b_1	+				-5
(0,2)	b_2					2
(0,2)	b_3			1		3
(1,1)	b_4		+			

المسار: $b_0 \xrightarrow{1} b_1 \xrightarrow{5} b_4$

$Q = Min\{1, 5\} = 1$

الثنائيات: $(b_0, b_1), (b_1, b_4)$ $-$

نظيراتها: $(b_1, b_0), (b_4, b_1)$ $+$

		*		(0,2)	(0,2)	(2,2)
		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
*	b_0			−2	2	
	b_1	1				4
(0,2)	b_2	+				−2
(0,2)	b_3			1		3
(2,2)	b_4		1	+		

المسار : $b_0 \xrightarrow{2} b_2 \xrightarrow{2} b_4$

$Q_2 = Min\{2,2\} = 2$

الثنائيات : $(b_0, b_2), (b_2, b_4)$ −

نظيراتها : $(b_2, b_0), (b_4, b_2)$ +

		*			(0,2)	(3,2)
		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
*	b_0				−2	
	b_1	1				4
	b_2	2				
(0,2)	b_3	+		1		−3
(3,2)	b_4		1	2	+	

المسار : $b_0 \xrightarrow{2} b_3 \xrightarrow{3} b_4$

$Q_3 = Min\{2,3\} = 2$

الثنائيات : $(b_0, b_3), (b_3, b_4)$ −

نظيراتها : $(b_3, b_0), (b_4, b_3)$ +

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
b_0					
b_1	1				4
b_2	2				
b_3	2		1		1
b_4		1	2	2	

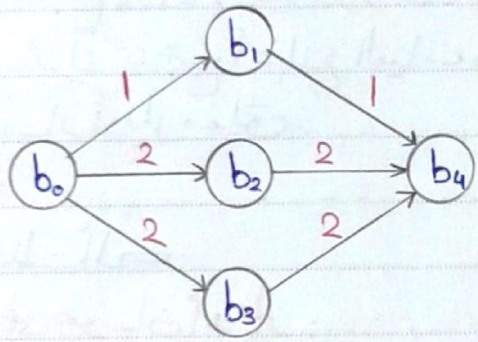
نلاحظ أن عناصر السطر الأول انعدمت وبالتالي نتوقف عن تكرار الخوارزمية ويكون التدفق الأعظمي هو :

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 5$

نطرح الجدول الأخير من الجدول الأول :

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
b_0		1	2	2	
b_1	-1				1
b_2	-2				2
b_3	-2				2
b_4		-1	-2	-2	

ويكون شبكة التدفق الأعظمي هي :



/ /

مسألة ساعي البريد الصيني:

تمت معالجة هذه المسألة من قبل العالم الصيني kuan عام 1962.

والمسألة كما يلي:

ساعي بريد يحضر إلى مركز البريد في الصباح، ولديه جولة لتوزيع الرسائل لأصحابها فعليه أن يغطي جميع شوارع المنطقة التي تتبع إلى هذا المكتب

يرغب ساعي البريد أن تكون جولته أقصر ما يمكن ضمن هذا الحي، أي بأقل كلفة زمنية ممكنة (أسرع ما يمكن) ثم يعود في نهاية الجولة إلى مكتب البريد.

إن المطلوب لحل هذه المسألة وفق مفاهيم نظرية البيان هو إيجاد دائرة أويلر.

تذكرة: بيان أويلر: هو بيان جميع عقده زوجية (ذات درجة زوجية).

مسار أويلر: هو مسار يحوي جميع أضلاع البيان دون تكرارها مع إمكانية تكرار العقد

دائرة أويلر: هي مسار أويلر مغلق.

ونميز حالتين في هذه المسألة:

الحالة الأولى: البيان المعطى هو بيان أويلر:

لا توجد خوارزمية فعالة لإيجاد تجوال أويلر بكلفة زمنية مثالية، وخاصة إذا كان البيان كبيراً، ولكن توجد خوارزمية مقبولة تمكن من إيجاد دائرة أويلر في البيان المعطى وهي خوارزمية فلوري Fleury Algorithm

1 نختار عقدة من البيان G ولتكن v_0، ونضع: $W_0 = \langle v_0 \rangle$

2 نختار أحد الأضلاع المؤثرة على v_0 وليكن e_1 بحيث لا يكون هذا الضلع جسراً في البيان G. فإذا كانت v_1 هي الطرف الآخر للضلع e_1 فنكون قد حصلنا على الطريق:

$$W_1 = \langle v_0 \; e_1 \; v_1 \rangle$$

نحذف الضلع e_1 من البيان G فنحصل على البيان:

$$G_1 = G - \{e_1\}$$

3 نكرر الخطوة الثانية طالما أن تكرارها ممكن كما يلي :

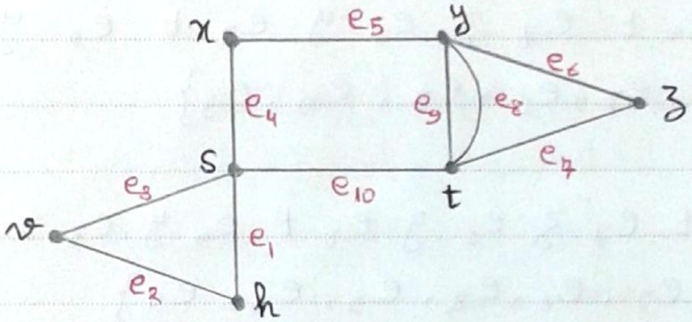
لنفرض أننا أنشأنا الطريق : $W_j = \langle v_0\ e_1\ v_1\ e_2 \text{------} e_j\ v_j \rangle$

نختار ضلعاً e_{j+1} من البيان : $G_j = G - \{e_1, e_2, \text{------}, e_j\}$

بحيث يؤثر e_{j+1} على العقدة v_j وليس جسراً في البيان G_j إلا إذا لم يكن هناك خيار آخر ونضع : $W_{j+1} = \langle v_0\ e_1\ v_1\ e_2 \text{------} e_j\ v_j\ e_{j+1}\ v_{j+1} \rangle$

4 نتوقف عندما لا نستطيع تكرار الخطوة 3 ويكون المسار الأخير هو دائرة أويلر المطلوبة .

مثال : طبق خوارزمية فلوري لإيجاد دائرة أويلر في البيان التالي :



الحل : لنأخذ مثلاً العقدة v : $W_0 = \langle v \rangle$

يمكن اختيار أي من الضلعين e_2 , e_3 المؤثرين على v لأن كليهما ليس جسراً ولنختر مثلاً الضلع e_3 فيصبح لدينا :

$W_1 = \langle v\ e_3\ s \rangle \quad , \quad G_1 = G - \{e_3\}$

إن e_1 هو ضلع قطع في البيان G_1 فهو مرفوض ، إذن نختار e_4 أو e_{10} :

$W_2 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t \rangle \quad , \quad G_2 = G - \{e_3, e_{10}\}$

يمكننا الآن اختيار أي ضلع مؤثر بالعقدة t لأن ليس أياً منها ضلع قطع في البيان G_2 ولنأخذ e_7 مثلاً :

$W_3 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z \rangle$

$G_3 = G - \{e_3 , e_{10} , e_7\}$

وهكذا بتكرار العملية نفسها :

$W_4 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y \rangle$

$G_4 = G - \{e_3, e_{10}, e_7, e_6\}$

e_5 ضلع قطع في البيان G_4 لذا لا نختاره، ولنختر e_8 مثلاً:

$W_5 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y\ e_8\ t \rangle$

$G_5 = G - \{e_3, e_{10}, e_7, e_6, e_8\}$

$W_6 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y\ e_8\ t\ e_9\ y \rangle$

$G_6 = G - \{e_3, e_{10}, e_7, e_6, e_8, e_9\}$

$W_7 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y\ e_8\ t\ e_9\ y\ e_5\ x \rangle$

$G_7 = G - \{e_3, e_{10}, e_7, e_6, e_8, e_9, e_5\}$

$W_8 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y\ e_8\ t\ e_9\ y\ e_5\ x\ e_4\ s \rangle$

$G_8 = G - \{e_3, e_{10}, e_7, e_6, e_8, e_9, e_5, e_4\}$

$W_9 = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y\ e_8\ t\ e_9\ y\ e_5\ x\ e_4\ s\ e_1\ h \rangle$

$G_9 = G - \{e_3, e_{10}, e_7, e_6, e_8, e_9, e_5, e_4, e_1\}$

$W_{10} = \langle v\ e_3\ s\ e_{10}\ t\ e_7\ z\ e_6\ y\ e_8\ t\ e_9\ y\ e_5\ x\ e_4\ s\ e_1\ h\ e_2\ v \rangle$

نلاحظ أنه تمت تغطية جميع الأضلاع مع تكرار بعض العقد وأن المسار W_{10} هو دائرة (بداية ونهاية منطبقتان) وهي دائرة أويلر المطلوبة.