

أدب الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y'' + y = \frac{1}{\cos x}$$

سؤال دورة سابقة

$$\lambda^2 + 1 = 0 \Rightarrow \lambda^2 = -1$$

$$y = e^{\lambda x} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$$

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$y = C_1(x) \cos x + C_2(x) \sin x$$

$$y' = C_1'(x) \cos x + C_2'(x) \sin x - C_1(x) \sin x + C_2(x) \cos x$$

$$C_1'(x) \cos x + C_2'(x) \sin x = 0$$

*

نضع y'

$$y' = -C_1(x) \sin x + C_2(x) \cos x$$

نضرب طرفي

$$y'' = -C_1'(x) \sin x + C_2'(x) \cos x - C_1(x) \cos x - C_2(x) \sin x$$

نقرب x

$$-C_1'(x) \sin x + C_2'(x) \cos x = \frac{1}{\cos x}$$

⇒

نضرب

$$-C_1'(x) \cos x \sin x + C_2'(x) \sin^2 x = 0$$

$$-C_1'(x) \sin x \cos x + C_2'(x) \cos^2 x = 1$$

$$C_2'(x) (1) = 1 \Rightarrow C_2'(x) = 1$$

* *

$$C_1'(x) \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow C_1'(x) = -\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$C_2(x) = x + a_1 \quad \text{بالمكان}$$

$$C_1(x) = \ln |\cos x| + a_2$$

نقرب x لكل المتاح

$$y_p = C_1(x) \cos x + C_2(x) \sin x$$

$$y_p = \cos x (\ln |\cos x| + a_2) + \sin x (x + a_1)$$

$$y'' + 6y' + 9y = x^{-5} e^{-3x}$$

$$\lambda^2 + 6\lambda + 9 = 0$$

$$(\lambda + 3)^2 = 0 \Rightarrow \lambda = -3$$

حالتان

$$y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$$

الحل العام

$$y_p = C_1(x) e^{-3x} + C_2(x) x e^{-3x}$$

$$y_p' = \underbrace{C_1'(x) e^{-3x} + C_2'(x) x e^{-3x}} + \underbrace{-3C_1(x) e^{-3x} + C_2(x) e^{-3x} - 3C_2(x) x e^{-3x}}$$

$$* C_1'(x) e^{-3x} + C_2'(x) x e^{-3x} = 0$$

$$y_p'' = -3C_1'(x) e^{-3x} + C_2'(x) e^{-3x} - 3C_2'(x) x e^{-3x} + 9C_1(x) e^{-3x} - 3C_2(x) e^{-3x} - 3C_2(x) x e^{-3x} + 9C_2(x) x e^{-3x}$$

حالتان

$$** -3C_1'(x) e^{-3x} + C_2'(x) e^{-3x} - 3C_2'(x) x e^{-3x} = x^{-5} e^{-3x}$$

حل المعادلتين

$$C_1'(x) = -x^{-4}$$

$$C_2'(x) = x^{-5}$$

$$C_1(x) = \frac{x^{-3}}{3} + a_1$$

$$C_2(x) = -\frac{x^{-4}}{4} + a_2$$

نحوض بالتركيب

$$y_p = \left(\frac{x^{-3}}{3} + a_1 \right) e^{-3x} + \left(-\frac{x^{-4}}{4} + a_2 \right) x e^{-3x}$$

$$= a_1 e^{-3x} + a_2 x e^{-3x} + \left(\frac{x^{-3}}{3} - \frac{x^{-4}}{4} x \right) e^{-3x}$$

$$= a_1 e^{-3x} + a_2 x e^{-3x} + \frac{1}{12} x^{-3} e^{-3x}$$

الحل العام

الحل الخاص

الحل النهائي

